

Total No. of Questions – 24

Regd.

Total No. of Printed Pages - 4

No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Part – III
MATHEMATICS, Paper – I (A)
(Telugu Version)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 75

గమనిక : ఈ ప్రశ్నా పత్రంలో A, B, C అను మూడు విభాగాలున్నాయి.

విభాగం – A

10 × 2 = 20

I. “అతి స్వల్ప” సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

1. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, అయితే $f: A \rightarrow B$ సంగ్రహ ప్రమేయం $f(x) = x^2 + x + 1$ గా నిర్వచిస్తే, B కనుక్కోండి.

2. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ వాస్తవ మూల్య ప్రమేయంనకు ప్రదేశం కనుక్కోండి.

3. ఒక 3×2 మాత్రిక మూలకాలు $a_{ij} = \frac{1}{2} |i - 3j|$ గా నిర్వచిస్తే, ఆ మాత్రికను నిర్మించండి.

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & k \end{bmatrix}$, $A^2 = O$ అయితే k విలువ కనుక్కోండి.

5. $3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ సదిశ నిరూపక అక్షాలతో ధనాత్మక దిశలో α, β, γ కోణాలను చేస్తుంటే, $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ లను కనుక్కోండి.

6. $\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$, $-5\vec{j} - \vec{k}$, $-3\vec{i} + 5\vec{j}$ బిందువుల గుండా పోయే తలం సదిశా సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
7. $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ అయితే \vec{a} పై \vec{b} యొక్క లంబ విక్షేప సదిశను కనుక్కోండి.
8. కోణం θ ఒకటో పాదంలో లేదు, $\cos \theta = t$ ($0 < t < 1$) అయితే $\sin \theta$ మరియు $\tan \theta$ విలువలు కనుక్కోండి.
9. $13 \cos x + 3\sqrt{3} \sin x - 4$ యొక్క గరిష్ట, కనిష్ట విలువలు కనుక్కోండి.
10. $\tan h^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \log_e 3$ అని చూపండి.

విభాగం - B

5 × 4 = 20

II. “స్వల్ప” సమాధాన ప్రశ్నలు.

- (i) ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయండి.
- (ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

11. A ఒక సాధారణ మాత్రిక అయితే $A^{-1} = \frac{\text{adj } A}{|A|}$ అని చూపండి.

12. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ లు అతలీయ సదిశలు అయితే, $-\vec{a} + 4\vec{b} - 3\vec{c}$, $3\vec{a} + 2\vec{b} - 5\vec{c}$, $-3\vec{a} + 8\vec{b} - 5\vec{c}$ మరియు $-3\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}$ అనే నాలుగు బిందువులు సతలీయాలు అని చూపండి.

13. $(1, 2, 3), (2, -1, 1), (1, 2, -4)$ బిందువుల ద్వారా పోయే తలానికి లంబంగా ఉండే యూనిట్ సదిశను కనుక్కోండి.
14. $\sqrt{3} \operatorname{cosec} 20^\circ - \sec 20^\circ = 4$ అని నిరూపించండి.
15. $1 + \sin^2 \theta = 3 \sin \theta \cos \theta$ ని సాధించండి.
16. $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$ అని చూపండి.
17. ABC త్రిభుజంలో $\cot \frac{A}{2} : \cot \frac{B}{2} : \cot \frac{C}{2} = 3 : 5 : 7$ అయితే, $a : b : c = 6 : 5 : 4$ అని చూపండి.

విభాగము - C

5 × 7 = 35

III. “దీర్ఘ” సమాధాన ప్రశ్నలు.

- (i) ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలివ్వండి.
- (ii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.

18. $f: A \rightarrow B$ ఒక ద్వ్యగుణ ప్రమేయం అయితే (i) $f \circ f^{-1} = I_B$ (ii) $f^{-1} \circ f = I_A$ అని చూపండి.

19. n యొక్క అన్ని ధనపూర్ణాంక విలువలకు $49^n + 16n - 1$ ని 64 భాగిస్తుందని చూపండి.

20.
$$\begin{vmatrix} 1 & a^2 & a^3 \\ 1 & b^2 & b^3 \\ 1 & c^2 & c^3 \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)(ab + bc + ca)$$
 అని చూపండి.

21. మాత్రికా విలోమ పద్ధతి ద్వారా $x + y + z = 9$, $2x + 5y + 7z = 52$, $2x + y - z = 0$ లను సాధించండి.

22. $A = (1, -2, -1)$, $B = (4, 0, -3)$, $C = (1, 2, -1)$, $D = (2, -4, -5)$ బిందువులైతే \vec{AB} ,
 \vec{CD} రేఖల మధ్య కనిష్ట దూరం కనుక్కోండి.

23. $A + B + C = 180^\circ$ అయితే,

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C - 1$$
 అని చూపండి.

24. ΔABC లో $r_1 = 8$, $r_2 = 12$, $r_3 = 24$ అయితే, a, b, c లను కనుక్కోండి.