

టెట్

గణితం (కంటెంట్)

ఘాతం - ఘాతాంకం

4 ను 4తో గుణించడాన్ని 4×4 గా సూచిస్తారు. దీన్ని 42 అని కూడా రాయవచ్చు. 42 ని ఘాతరూపం అంటారు. అలాగే $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$ ని 65 గా ఘాతరూపంలో రాయవచ్చు. పై లబ్ధంలో 6 ను 5 సార్లు గుణించారు. ఎన్నిసార్లు ఉపయోగిస్తామో ఆ సంఖ్యను ఘాతాంకం అంటారు. 65లో 5 ను ఘాతాంకం అని, 6 ని భూమి అని అంటారు.

x అనేది బీజం, n సహజ సంఖ్య అయితే x ను n సార్లు లబ్ధం చేయడాన్ని $x \times x \times x \times \dots$ (n సార్లు) ను x^n గా రాస్తారు.

x^n ను x ఘాతం n (x to the power of n) అని చదువుతారు. x^n లో భూమి = x, ఘాతాంకం = n.

కొన్ని ముఖ్యమైన సూత్రాలు

- $x^m \times x^n = x^{m+n}$
- $(x^m)^n = x^{mn}$
- $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$; $m > n$ అయితే
 $= \frac{1}{x^{n-m}}$; $m < n$ అయితే
 $= 1$; $m = n$

4. $x^0 = 1$ ($x \neq 0$)

5. $\left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m}$

ముఖ్యమైన సమస్యలు

1. $5^7 \times 5^6 \times 5^2 = ?$

1) 5^{13}

2) 5^{15}

3) 5^{16}

4) 5^{19}

సాధన: $5^7 \times 5^6 \times 5^2$

$= 5^{7+6+2}$

$= 5^{15}$

జవాబు: 2

2. $8^0 + 9^0 + 2^{-1} + 3^{-1} = ?$

1) $2\frac{1}{6}$

2) $2\frac{3}{6}$

3) $2\frac{5}{6}$

4) $2\frac{1}{4}$

సాధన: $8^0 + 9^0 + 2^{-1} + 3^{-1} = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ($\because 8^0 = 1, 9^0 = 1$)

$= 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

$= \frac{12+3+2}{6}$

$$= \frac{17}{6} = 2 \frac{5}{6}$$

జవాబు: 3

3. $a = 3, b = 7$ అయితే $a^b - b^a$ విలువ?

- 1) 1844 2) 1744 3) 1644 4) 1944

సాధన: $a = 3, b = 7$ అయితే

$$a^b - b^a = 3^7 - 7^3 = 2187 - 343 \\ = 1844$$

జవాబు: 1

4. $2^x + 2^x + 2^x = 192$ అయితే x విలువ ఎంత?

- 1) 4 2) 5 3) 6 4) 7

సాధన: $2^x + 2^x + 2^x = 192$

$$3 \times 2^x = 192$$

$$2^x = \frac{192}{3} = 64$$

$$2^x = 2^6$$

$$x = 6$$

జవాబు: 3

5. $8^x + 2 = 2^{4x - 3}$ అయితే $x = ?$

- 1) 3 2) 5 3) 7 4) 9

సాధన: $8^x + 2 = 2^{4x - 3}$

$$(2^3)^x + 2 = 2^{4x - 3}$$

$$2^{3(x+2)} = 2^{4x - 3}$$

$$2^{3x+6} = 2^{4x-3}$$

$$3x+6 = 4x-3$$

$$6+3 = 4x-3x$$

$$9 = x$$

$$\therefore x = 9$$

జవాబు: 4

6. $2^x = 2016$ అయితే 2^{x-3} విలువ?

- 1) 212 2) 232 3) 252 4) 272

సాధన: $2^x = 2016$

$$2^{x-3} = \frac{2^x}{2^3} = \frac{2016}{8} \\ = 252$$

జవాబు: 3

7. $4^x = 1024$ అయితే 7^{2x-8} విలువ =

1) 7

2) 49

3) 343

4) 2401

సాధన: $4^x = 1024$

$$4^x = 45$$

$$x = 5$$

$$\text{ఇప్పుడు } 7^{2x-8} = 7^{2(5)-8}$$

$$= 7^{10-8}$$

$$7^2 = 49$$

జవాబు: 2

8. $(2015^\circ - 2016^\circ) 2017$ విలువ =

1) 0

2) 2017

3) 2016

4) 4034

సాధన: $(2015^\circ - 2016^\circ) (2017) = (1-1) (2017)$

$$= 0 (2017) = 0$$

జవాబు: 1

9. $2^a \times 3^b \times 5^c = 1800$ అయితే $a + b + c = \dots\dots$

1) 6

2) 8

3) 7

4) 9

సాధన: $2^a \times 3^b \times 5^c = 1800$

$$= 2^3 \times 3^2 \times 5^2$$

$$a = 3, b = 2, c = 2$$

$$a + b + c = 3 + 2 + 2 = 7$$

2	1800
2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
5	5

10. $[33^2 - 31^2]^{\frac{5}{7}}$ విలువ =

1) 64

2) 16

3) 32

4) 4

సాధన: $[33^2 - 31^2]^{\frac{5}{7}} = [(33 + 31)(33 - 31)]^{\frac{5}{7}}$

$$= [64 \times 2]^{\frac{5}{7}}$$

$$= [128]^{\frac{5}{7}}$$

$$= (2^7)^{\frac{5}{7}}$$

$$= 2^7 \times \frac{5}{7}$$

$$= 2^5 = 32$$

జవాబు: 3

11. $(4x)^3 = 4^3 \cdot x^3$ అయితే x విలువ =

1) 4^2

2) 4^4

3) 4^6

4) 4^8

సాధన: $(4x)^3 = 4^3 \cdot x^3$

లేదా

$$4^3 \cdot x^3 = 4^{27}$$

$$x^3 = \frac{4^{27}}{4^3}$$

$$x^3 = 4^{27-3}$$

$$x^3 = 4^{24}$$

$$x^3 = (4^8)^3$$

$$\Rightarrow x = 4^8$$

$$(4x)^3 = 4^{3^3}$$

$$(4x)^3 = 4^{27}$$

$$(4x)^3 = (4^9)^3$$

$$\Rightarrow 4x = 4^9$$

$$x = \frac{4^9}{4}$$

$$x = 4^{9-1}$$

$$x = 4^8$$

$$\therefore x = 4^8$$

జవాబు: 4

12. కంప్యూటర్ చిప్ లోని తీగ మందం 0.000005 సెం.మీ. అయితే ఆ చిప్ లోని తీగ మందం విలువను ప్రామాణిక రూపంలో రాస్తే

1) 5×10^{-6} సెం.మీ.

2) 5×10^{-7} సెం.మీ.

3) 5×10^{-8} సెం.మీ.

4) 5×10^{-5} సెం.మీ.

సాధన: కంప్యూటర్ చిప్ లో తీగ మందం

$$= 0.000005 \text{ సెం.మీ}$$

$$= 5 \times 10^{-6} \text{ సెం.మీ}$$

జవాబు: 1

13. $\frac{2^n + 2^{n-1}}{2^n + 1 - 2^n} = \dots\dots$

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{2}{3}$

3) $\frac{3}{2}$

4) 2

సాధన: $\frac{2^n + 2^{n-1}}{2^n + 1 - 2^n} = \frac{2^n + \frac{2^n}{2}}{2^n \times 2 - 2^n}$

$$= \frac{2^n \left[1 + \frac{1}{2} \right]}{2^n [2 - 1]}$$

$$= \frac{2^n \left(\frac{3}{2} \right)}{2^n (1)} = \frac{3}{2}$$

జవాబు: 3

14. మొదటి n బేసి సహజ సంఖ్యల సగటు $\frac{n^2}{121}$ అయితే $n = \dots\dots$

1) 11

2) 121

3) 12

4) 144

సాధన: మొదటి n బేసి సహజ సంఖ్యల సగటు = n

$$\text{కానీ, లెక్క ప్రకారం } \frac{n^2}{121} = n$$

$$\frac{n^2}{n} = 121$$

$$n^2 - 1 = 121$$

$$n = 121$$

జవాబు: 2

15. $n = 2$ అయితే $\frac{n^7}{7} + \frac{n^5}{5} + \frac{2n^3}{3} - \frac{n}{105} = \dots\dots$

1) 30

2) 32

3) 34

4) 36

సాధన: $n = 2$ అయితే

$$\frac{n^7}{7} + \frac{n^5}{5} + \frac{2n^3}{3} - \frac{n}{105}$$

$$= \frac{2^7}{7} + \frac{2^5}{5} + \frac{2(2^3)}{3} - \frac{2}{105}$$

$$= 2 \left[\frac{2^6}{7} + \frac{2^4}{5} + \frac{2^3}{3} - \frac{1}{105} \right]$$

$$= 2 \left[\frac{2^6 \times 15 + 2^4 \times 21 + 2^3 \times 35 - 1}{105} \right]$$

$$= 2 \left[\frac{64 \times 15 + 16 \times 21 + 8 \times 35 - 1}{105} \right]$$

$$= 2 \left[\frac{960 + 336 + 280 - 1}{105} \right]$$

$$= 2 \left[\frac{1576 - 1}{105} \right] = 2 \left[\frac{1575}{105} \right]$$

$$= 2 \times 15 = 30$$

జవాబు: 1

సమూహ ప్రశ్నలు

1. $p = 3, q = 5$ అయితే $\frac{p^q + q^p}{(q - p)}$ విలువ.....

1) 164

2) 174

3) 184

4) 194

2. $\frac{2^n + 4 - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^{n+3}} + 2^{-3} = \dots\dots$

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

3. $(3^{-2} + 3^{-3}) \times (3^0 - 3^{-1}) = \dots\dots$

1) $\frac{7}{81}$

2) $\frac{8}{81}$

3) $\frac{4}{81}$

4) $\frac{6}{81}$

17. $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-1} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-8}$ అయితే x విలువ

1) -7

2) -3

3) 3

4) 7

18. $(a^b)^x = 1$ అయితే x =

1) 1

2) 0

3) a

4) b

జవాబులు

1-3; 2-1; 3-2; 4-4; 5-1; 6-4; 7-2; 8-4; 9-2; 10-1; 11-3; 12-2; 13-1; 14-1; 15-2; 16-1; 17-3; 18-2.

రచయిత: సీహెచ్. రాధాకృష్ణ