

BOARD OF INTERMEDIATE EDUCATION (TS)

JUNIOR INTER MATHEMATICS – 1A

MODEL PAPER

Time: 3 hours

Max. Marks: 75

Note: This question paper consists of three sections A, B, C.

SECTION – A

I. i) Very short answer type questions.

ii) Answer ALL questions.

iii) Each question carries TWO marks.

10 × 2 = 20

1. Find the domain of the real valued function $f(x) = \sqrt{x^2 - 25}$.

వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం $f(x) = \sqrt{x^2 - 25}$ ప్రదేశం కనుక్కోండి.

2. If $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are defined by $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = x^2 + 1$ then find $(fog)(2)$.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ప్రమేయాలు $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = x^2 + 1$ గా నిర్వచిస్తే $(fog)(2)$ ను కనుక్కోండి.

3. Define a symmetric matrix, Give one example of order 3×3 .

సౌష్ఠవ మాత్రికను నిర్వచించి, 3×3 తరగతి మాత్రికను ఉదాహరణగా ఇవ్వండి.

4. Find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ యొక్క విలోమ మాత్రికను కనుక్కోండి.

5. Let $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j}$. Find the unit vector in the direction of $\vec{a} + \vec{b}$.

$\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j}$ అయితే $\vec{a} + \vec{b}$ దిశలో ఉన్న యూనిట్ సదిశను కనుక్కోండి.

6. Find vector equation of the plane passing through the points $(0\ 0\ 0)$, $(0\ 5\ 0)$, $(2\ 0\ 1)$.

$(0\ 0\ 0)$, $(0\ 5\ 0)$, $(2\ 0\ 1)$ బిందువుల గుండా పోవు తలం సదిశా సమీకరణం రాయండి.

7. If $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. then show that $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$ are perpendicular to each other.

$\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ అయితే $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ లు పరస్పరం లంబంగా ఉంటాయని చూపండి.

8. If $\sec \theta + \sin \theta = \frac{2}{3}$ then find the value of $\sin \theta$.

$\sec \theta + \sin \theta = \frac{2}{3}$ అయితే $\sin \theta$ విలువ కనుక్కోండి.

9. Prove that $\tan A + \cot A = 2 \operatorname{cosec} 2A$.

$\tan A + \cot A = 2 \operatorname{cosec} 2A$ అని చూపండి.

10. If $\cosh x = \frac{5}{2}$ then find the values of (i) $\cosh 2x$ (ii) $\sinh 2x$.

$\cosh x = \frac{5}{2}$ అయితే (i) $\cosh 2x$ (ii) $\sinh 2x$ విలువలు కనుక్కోండి.

SECTION – B

- II. i) Short answer type questions.

5 × 4 = 20

ii) Attempt any five questions.

iii) Each question carries FOUR marks.

11. If $\theta - \phi = \frac{\pi}{2}$ then show that $\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2 \phi & \cos \phi \sin \phi \\ \cos \phi \sin \phi & \sin^2 \phi \end{pmatrix} = 0$

$\theta - \phi = \frac{\pi}{2}$ అయితే $\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2 \phi & \cos \phi \sin \phi \\ \cos \phi \sin \phi & \sin^2 \phi \end{pmatrix} = 0$ అని చూపండి.

12. Let ABCDEF be a regular hexagon with centre 'O' then show that

$$\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{AF} = 3\overline{AD} = 6\overline{AO}$$

'O' కేంద్రంగా గల క్రమ పడుచు ABCDEF అయితే $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{AF} = 3\overline{AD} = 6\overline{AO}$ అని చూపండి.

13. Let \vec{a}, \vec{b} be vectors satisfying $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5$ and $(\vec{a}, \vec{b}) = 45$. Find the area of the triangle having $\vec{a} - 2\vec{b}$ and $3\vec{a} + 2\vec{b}$ as two of its sides.

$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5, (\vec{a}, \vec{b}) = 45$ అయ్యేటట్లుగా (\vec{a}, \vec{b}) లు రెండు సదిశలు అయితే $\vec{a} - 2\vec{b}, 3\vec{a} + 2\vec{b}$ లు రెండు భుజాలుగా గల త్రిభుజ వైశాల్యం కనుక్కోండి.

14. Prove that $\left(1 + \cos \frac{\pi}{10}\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{10}\right) \left(1 + \cos \frac{7\pi}{10}\right) \left(1 + \cos \frac{9\pi}{10}\right) = \frac{1}{16}$
 $\left(1 + \cos \frac{\pi}{10}\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{10}\right) \left(1 + \cos \frac{7\pi}{10}\right) \left(1 + \cos \frac{9\pi}{10}\right) = \frac{1}{16}$ అని నిరూపించండి.

15. If $0 < \theta < \pi$, Solve $\cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta = \frac{1}{4}$

$0 < \theta < \pi$ అయితే $\cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta = \frac{1}{4}$ ను సాధించండి.

16. Prove that $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$

$\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$ అని నిరూపించండి.

17. In the triangle ABC prove that $\cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\Delta}$

త్రిభుజం ABCలో, $\cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\Delta}$ అని నిరూపించండి.

SECTION – C

III. i) Long answer type Questions.

5 × 7 = 35

ii) Attenpet any five questions.

iii) Each question Carries SEVEN Marks.

18. If $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ are bijective then prove that $g \circ f: A \rightarrow C$ is also bijective.

$f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ లు ద్విగుణ ప్రమేయాలు అయితే $g \circ f: A \rightarrow C$ ద్విగుణ ప్రమేయం అని చూపండి.

19. Using mathematical induction prove that $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$ $n \in \mathbb{N}$.

గణితానుగమనం ద్వారా $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$ $n \in \mathbb{N}$ అని చూపండి.

20. Show that $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = abc(a-b)(b-c)(c-a)$

$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = abc(a-b)(b-c)(c-a)$ అని చూపండి

21. Solve the system of equations $2x - y + 3z = 9$, $x + y + z = 6$ and $x - y + z = 2$ by using Gauss-Jordan method

$2x - y + 3z = 9$, $x + y + z = 6$, $x - y + z = 2$ సమీకరణాల వ్యవస్థను గాస్ జోర్డాన్ పద్ధతిలో సాధించండి.

22. Find the shortest distance between the skew lines

$\vec{r} = (6\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}) + t(\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k})$ and $\vec{r} = (-4\vec{i} - \vec{k}) + s(3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k})$

$\vec{r} = (6\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}) + t(\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k})$, $\vec{r} = (-4\vec{i} - \vec{k}) + s(3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k})$ లు రెండు అసౌష్ఠ్య రేఖలను సూచిస్తే వాటి మధ్య కనిష్ఠ దూరం కనుక్కోండి.

23. In the triangle ABC, prove that $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

త్రిభుజం ABC లో $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$ అని చూపండి.

24. In the triangle ABC, prove that $\frac{ab - r_1 r_2}{r_3} = \frac{bc - r_2 r_3}{r_1} = \frac{ca - r_3 r_1}{r_2}$

త్రిభుజం ABC లో $\frac{ab - r_1 r_2}{r_3} = \frac{bc - r_2 r_3}{r_1} = \frac{ca - r_3 r_1}{r_2}$ అని నిరూపించండి.

రచయిత: బి. ఈశ్వరరావు