

BOARD OF SECONDARY EDUCATION (AP)
SUMMATIVE ASSESSMENT – I
TENTH CLASS MATHEMATICS MODEL PAPER
PAPER – II (TELUGU VERSION)

సమయం: 2 గం.45 ని.

పార్ట్ – A & B

గరిష్ట మార్కులు: 40

సూచనలు:

- 1) మొదటి 15 నిమిషాలు ప్రశ్నపత్రం చదవడానికి, మిగిలిన 2.30 సమయం సమాధానాలు రాయడానికి కేటాయించారు.
- 2) పార్ట్ – Aలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు మీకిచ్చిన సమాధాన పత్రంలోనే రాయండి.
- 3) పార్ట్ – Aలో 3 సెక్షన్లు ఉంటాయి.
- 4) సెక్షన్ – III లోని ప్రశ్నలకు అంతర్గత వెసులుబాటు ఉంటుంది.

సమయం: 2 గం.

పార్ట్ – A

మార్కులు: 30

సూచనలు:

సెక్షన్ – I

i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఒక మార్కు.

4 × 1 = 4

1. బిందువులు (-3, 4), (5, 8) లతో ఏర్పడే రేఖాఖండాన్ని 1 : 3 నిష్పత్తిలో అంతరంగా విభజించే బిందువు నిరూపకాలను కనుక్కోండి.
2. $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$, $0 < A + B \leq 90^\circ$, $A > B$ అయితే A, B విలువలను కనుక్కోండి.
3. సంగీత, రేష్యూ టెన్నిస్ ఆడుతున్నారు. సంగీత ఆటను గెలిచే సంభావ్యత 0.62 అయినప్పుడు రేష్యూ గెలిచే సంభావ్యత ఎంత?
4. సంక్షిప్త విచలన పద్ధతిలో సగటు కనుక్కోవడానికి సూత్రాన్ని రాసి అందులోని పదాలను వివరించండి.

సెక్షన్ – II

సూచనలు:

i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii) ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

5 × 2 = 10

5. 15 మీ., 17 మీ., 21 మీ. భుజాలున్న త్రిభుజ వైశాల్యాన్ని హెరాన్ సూత్రం ద్వారా కనుక్కోండి.
6. ఒక త్రిభుజంలో రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలిపే రేఖాఖండం మూడో భుజానికి సమాంతరంగా ఉంటుందని చూపండి.
7. $\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ అని చూపండి.
8. ఒక సంచిలో 5 నలుపు, 3 ఎరుపు, 2 పచ్చ బంతులు ఉన్నాయి. యాదృచ్ఛికంగా ఎరుపు బంతిని తీయడానికి గల సంభావ్యత శాతం కనుక్కోండి.

9. కింది దత్తాంశం నుంచి ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య ఓజివ్ వక్రం గీయడానికి అవసరమైన పట్టికను తయారు చేయండి.

తరగతులు	5 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం	10 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం	15 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం	20 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం	25 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం
పౌనఃపున్యం	30	28	16	14	12

సెక్షన్ - III

సూచనలు:

i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు

iii) ప్రతి ప్రశ్నకు అంతర్గత వెసులుబాటు (Internal Choice) ఉంటుంది.

4 × 4 = 16

10. (a) బిందువులు (-4, -7), (-1, 2), (8, 5), (5, -4) వరుసగా ఒక సమచతుర్భుజం (రాంబస్) శీర్షాలు అవుతాయని చూపండి. దాని వైశాల్యం కనుక్కోండి.

(లేదా)

(b) ఒక సమాంతర చతుర్భుజంలో వృత్తం అంతర్నిఖించబడితే అది సమచతుర్భుజం అవుతుందని చూపండి.

11. (a) $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = K$ అయితే $\frac{K^2 - 1}{K^2 + 1}$ విలువ ఎంత?

(లేదా)

(b) B వద్ద లంబకోణం ఉన్న త్రిభుజం ABCలో $\tan A = \sqrt{3}$ అయితే

i) $\sin A \cdot \cos C + \cos A \cdot \sin C$

ii) $\cos A \cdot \cos C - \sin A \cdot \sin C$ విలువలు కనుక్కోండి.

12. (a) బాగా కలిపిన పేకముక్కల కట్ట (52) నుంచి యాదృచ్ఛికంగా ఒక కార్డును తీస్తే అది కింది కార్డు కావడానికి సంభావ్యతలు లెక్కించండి.

i) నలుపు ముఖ కార్డు

ii) డైమండ్ గుర్తు ఉన్న జాకీ

iii) ఎరుపు రంగు ఏస్ కార్డు

iv) హృదయం గుర్తు ఉన్న రాజు

(లేదా)

(b) కింది పట్టికలో ఇచ్చిన 60 రాశుల మధ్యగతం 28.5 అయితే x, y ల విలువలు కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
పౌనఃపున్యం	5	x	20	15	y	5

13. (a) 5 సెం.మీ., 6 సెం.మీ., 7 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. దీనితో సరూపంగా ఉంటూ త్రిభుజ భుజాలకు $\frac{3}{4}$ రెట్లు అనురూప భుజాల కొలతలు గల త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

(లేదా)

(b) 4 సెం.మీ. వ్యాసార్థంతో ఒక వృత్తాన్ని గీయండి. కేంద్రం నుంచి 8 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న బిందువు నుంచి ఒక జత స్పర్శరేఖలను గీయండి.

సూచనలు:

i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii) ప్రతి ప్రశ్నకు $\frac{1}{2}$ మార్కు.

iii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఇచ్చిన నాలుగు సమాధానాల్లో సరైన దాన్ని ఎన్నుకుని, దానికి సంబంధించిన అంగ్ల పేర్ల అక్షరాన్ని (A, B, C, D) బ్రాకెట్లలో రాయండి.

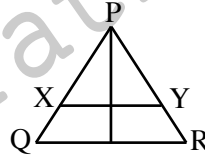
iv) కొట్టివేతలు, దిద్దిన, చెరిపివేసి రాసిన ప్రశ్నలకు మార్కులు ఇవ్వరు.

$$20 \times \frac{1}{2} = 10$$

సెక్షన్ - IV

14. పక్క పటంలో $PX : XQ = 3 : 1$

అయితే ట్రాపీజియం XYRQ వైశాల్యం : ΔPXY వైశాల్యం



()

A) 1 : 3

B) 1 : 9

C) 9 : 7

D) 7 : 9

15. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $AB = 11$ సెం.మీ., $BC = 10$ సెం.మీ., $DE = 5.5$ సెం.మీ. అయితే $EF = \dots\dots\dots$ సెం.మీ. ()

A) 4.5

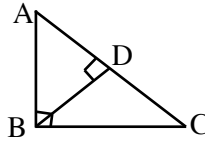
B) 5

C) 10.5

D) 5.5

16. ఇచ్చిన పటంలో $\angle ABC = 90^\circ$, $BD \perp AC$, $AB = 5.7$,

$BD = 3.8$, $CD = 5.4$ అయితే BC విలువ



()

A) 6.1

B) 7.1

C) 8.1

D) 9.1

17. ABC త్రిభుజంలో $AB = AC$, D అనేది BC పై ఒక బిందువు అయితే $AB^2 - AD^2 = \dots\dots\dots$ ()

A) $BD \cdot CD$

B) $BC \cdot AD$

C) $AB \cdot AC$

D) $AD \cdot BD$

18. 'O' కేంద్రంగా ఉన్న వృత్తాన్ని 'P' వద్ద AB రేఖ స్పర్శిస్తే $\angle APO = \dots\dots\dots$ ()

A) 30°

B) 60°

C) 90°

D) 180°

19. వృత్త వ్యాసార్థం 7 సెం.మీ., దాని కేంద్రం నుంచి 25 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న బాహ్య బిందువు నుంచి ఆ వృత్తానికి గీసిన స్పర్శరేఖ పొడవు $\dots\dots\dots$ సెం.మీ. ()

A) 24

B) 14

C) 26

D) 16

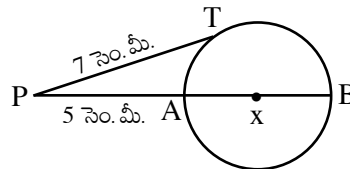
20. పటం నుంచి 'x' విలువ

A) 5.8 సెం.మీ.

B) 6.8 సెం.మీ.

C) 4.8 సెం.మీ.

D) 3.8 సెం.మీ.



()

21. $\sin^2 22 \frac{1}{2}^\circ + \sin^2 67 \frac{1}{2}^\circ =$ ()

A) 0

B) -1

C) 1

D) కనుక్కోలేం

22. $\cos \theta = \frac{2x}{1+x^2}$ అయితే $\tan \theta = \dots\dots\dots$ ()

A) $\frac{1}{1+x^2}$

B) $\frac{2x}{1-x^2}$

C) $\frac{1+x^2}{2x}$

D) $\frac{1-x^2}{2x}$

23. $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = 5$ అయితే $\operatorname{cosec} \theta = \dots\dots\dots$ ()
 A) $\frac{5}{13}$ B) $\frac{13}{5}$ C) 1 D) 0
24. $\cos^2 5^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 85^\circ + \cos^2 90^\circ = \dots\dots\dots$ ()
 A) 0 B) 4 C) 1 D) 2
25. ఒక నాణేన్ని రెండుసార్లు ఎగురవేసినప్పుడు కనీసం ఒక బొమ్మ పడే సంభావ్యత ()
 A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1
26. బాగా కలిపిన 52 పేక ముక్కల నుంచి ఒక కార్డును తీసినప్పుడు అది ముఖ కార్డు కాకపోవడానికి సంభావ్యత ()
 A) $\frac{10}{13}$ B) $\frac{3}{13}$ C) $\frac{1}{13}$ D) $\frac{9}{13}$
27. ఒక పాచికను ఒకసారి విసిరినప్పుడు దాని ముఖంపై పరిపూర్ణ సంఖ్య పడే సంభావ్యత ()
 A) 1 B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$
28. ఒక దత్తాంశంలోని ప్రతి అంశానికి 10 కలిపితే ఏర్పడిన దత్తాంశపు అంకగణిత సగటు ()
 A) 10 పెరుగుతుంది B) 10 రెట్లు పెరుగుతుంది
 C) పెరగదు D) ఏదీకాదు
29. 100 సంఖ్యల్లో 20 నాలుగులు, 40 ఐదులు, 30 ఆరులు, మిగిలినవి పదులు అయితే అంకగణితపు సగటు ()
 A) 3.5 B) 5.6 C) 4.7 D) 5.8
30. మధ్యగతం కనుక్కోవడంలో ఉపయోగపడేది ()
 A) సోపానచిత్రం B) పౌనఃపున్య వక్రం
 C) సంచిత పౌనఃపున్య వక్రాలు (ఓజివ్ వక్రాలు) D) అన్నీ
31. $(-a, a)$, $(0, a + a\sqrt{3})$ బిందువుల ద్వారా పోయే రేఖ X - అక్షంతో చేసే కోణం ()
 A) 60° B) 30° C) 45° D) 0°
32. ఒక త్రిభుజం రెండు శీర్షాలు $(-4, 6)$, $(2, -2)$. దాని గురుత్వ కేంద్రం $(0, 3)$ అయితే మూడో శీర్షం ()
 A) $(4, -6)$ B) $(-2, 2)$ C) $(-2, 5)$ D) $(2, 5)$
33. వృత్త కేంద్రం $(2, -1)$, దాని వ్యాసం ఒక చివరి బిందువు $(5, 3)$ అయితే రెండో చివరి బిందువు ()
 A) $(7, 2)$ B) $(3, 4)$ C) $(-1, -5)$ D) $(3, 2)$

జవాబులు

పార్ట్ - A

సెక్షన్ - I

1. బిందువులు $(-3, 4)$, $(5, 8)$ లతో ఏర్పడే రేఖాఖండాన్ని $1 : 3$ నిష్పత్తిలో అంతరంగా విభజించే బిందువు నిరూపకాలను కనుక్కోండి.

జ: ఇచ్చిన బిందువులు $A(-3, 4)$; $B(5, 8)$

నిష్పత్తి $m_1 : m_2 = 1 : 3$

$$\begin{aligned} \text{కావాల్సిన బిందు నిరూపకాలు } P(x, y) &= \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right) \\ &= \left(\frac{1 \times 5 + 3(-3)}{1 + 3}, \frac{1 \times 8 + 3 \times 4}{1 + 3} \right) \\ &= (-1, 5) \end{aligned}$$

2. $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$, $0 < A + B \leq 90^\circ$, $A > B$ అయితే A, B విలువలను కనుక్కోండి.

జ: $\sin(A - B) = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$

$$\therefore A - B = 30^\circ$$

$$A + B = 60^\circ$$

$$2A = 90^\circ \Rightarrow A = 45^\circ$$

$A = 45^\circ$ ను $A - B = 30^\circ$ లో ప్రతిక్షేపించి సూక్ష్మీకరిస్తే $B = 15^\circ$

3. సంగీత, రేష్యూ టెన్నిస్ ఆడుతున్నారు. సంగీత ఆటను గెలిచే సంభావ్యత 0.62 అయినప్పుడు రేష్యూ గెలిచే సంభావ్యత ఎంత?

జ: సంగీత ఆట గెలిచేందుకు సంభావ్యత $P(E) = 0.62$

$$\begin{aligned} \text{రేష్యూ ఆట గెలిచేందుకు సంభావ్యత } P(F) &= 1 - P(E) \\ &= 1 - 0.62 = 0.38 \end{aligned}$$

4. సంక్షిప్త విచలన పద్ధతిలో సగటు కనుక్కోవడానికి సూత్రాన్ని రాసి అందులోని పదాలను వివరించండి.

జ: సంక్షిప్త విచలన పద్ధతి ప్రకారం

$$\text{సగటు } \bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) \times h$$

ఇక్కడ a = ఊహించిన అంకగణిత సగటు

f_i = పౌనఃపున్యాలు

$$u_i = \frac{x_i - a}{h}$$

x_i = మధ్య విలువలు

h = తరగతి పొడవు

సెక్షన్ - II

5. 15 మీ., 17 మీ., 21 మీ. భుజాలున్న త్రిభుజ వైశాల్యాన్ని హెరాన్ సూత్రం ద్వారా కనుక్కోండి.

జ: త్రిభుజ భుజాలు a = 15 మీ., b = 17 మీ., c = 21 మీ.

హీరోన్ సూత్రం ప్రకారం

$$\text{త్రిభుజ వైశాల్యం} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\therefore s = \frac{15 + 17 + 21}{2} = \frac{53}{2} = 26.5$$

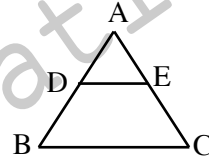
$$\begin{aligned} \text{త్రిభుజ వైశాల్యం} &= \sqrt{26.5(26.5 - 15)(26.5 - 17)(26.5 - 21)} \\ &= \sqrt{26.5 \times 11.5 \times 9.5 \times 5.5} \\ &= \sqrt{\frac{265}{10} \times \frac{115}{10} \times \frac{95}{10} \times \frac{55}{10}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{5}{10} \times 53\right) \times \left(\frac{5}{10} \times 23\right) \times \left(\frac{5}{10} \times 19\right) \times \left(\frac{5}{10} \times 11\right)} \\ &= \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \sqrt{53 \times 23 \times 19 \times 11} \\ &= 0.25 \times \sqrt{254771} \\ &= 0.25 \times 504.75 \\ &= 126.19 \text{ చ.మీ.} \end{aligned}$$

6. ఒక త్రిభుజంలో రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలిపే రేఖాఖండం మూడో భుజానికి సమాంతరంగా ఉంటుందని చూపండి.

జ: దత్తాంశం: $\triangle ABC$ లో AB, ACల మధ్య బిందువులు D, E.

సారాంశం: DE//BC.

నిరూపణ: AB, ACల మధ్య బిందువులు వరుసగా D, E



$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = 1 \longrightarrow (1)$$

$$\text{అదే విధంగా } AE = EC \Rightarrow \frac{AE}{EC} = 1 \longrightarrow (2)$$

$$(1), (2) \text{ ల నుంచి } \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

త్రిభుజంలో రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలిపే రేఖ మూడో భుజానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది.

$\therefore DE \parallel BC$

7. $\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ అని చూపండి.

జ: L.H.S = $\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}}$
 $= \frac{\sqrt{1 + \cos \theta}}{\sqrt{1 - \cos \theta}}$

హారాన్ని అకరణీయం చేస్తే

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{1 + \cos \theta} \sqrt{1 + \cos \theta}}{\sqrt{1 - \cos \theta} \sqrt{1 + \cos \theta}} \\ &= \frac{(\sqrt{1 + \cos \theta})^2}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} \\ &= \frac{1 + \cos \theta}{\sqrt{\sin^2 \theta}} \\ &= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \text{RHS} \end{aligned}$$

8. ఒక సంచిలో 5 నలుపు, 3 ఎరుపు, 2 పచ్చ బంతులు ఉన్నాయి. యాదృచ్ఛికంగా ఎరుపు బంతిని తీయడానికి గల సంభావ్యత శాతం కనుక్కోండి.

జ: ఒక సంచిలో 5 నలుపు, 3 ఎరుపు, 2 పచ్చ బంతులు ఉన్నాయి. మొత్తం బంతుల సంఖ్య = 5 + 3 + 2 = 10

$$\text{ఎరుపు బంతి తీసేందుకు సంభావ్యత} = \frac{\text{ఎరుపు బంతి రావడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}} = \frac{3}{10}$$

9. కింది దత్తాంశం నుంచి ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య ఓజివ్ వక్రం గీయడానికి అవసరమైన పట్టికను తయారు చేయండి.

తరగతులు	5 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం	10 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం	15 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం	20 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం	25 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం
పౌనఃపున్యం	30	28	16	14	12

జ: ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య ఓజివ్ వక్రం గీయడానికి అవసరమైన పట్టిక

తరగతులు	పౌనఃపున్యం	ఎగువ హద్దులు	ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం
5 - 10	30	10	30
10 - 15	28	15	58
15 - 20	16	20	74
20 - 25	14	25	88
25 - 30	12	30	100

సెక్షన్ - III

10. (a) బిందువులు $(-4, -7)$, $(-1, 2)$, $(8, 5)$, $(5, -4)$ పరుసగా ఒక సమచతుర్భుజం (రాంబస్) శీర్షాలు అవుతాయని చూపండి. దాని వైశాల్యం కనుక్కోండి.

జ: ఇచ్చిన బిందువులు $A(-4, -7)$, $B(-1, 2)$, $C(8, 5)$, $D(5, -4)$ అనుకోండి.

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ బిందువుల మధ్య దూరం} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$A(-4, -7), B(-1, 2) \text{ ల మధ్య దూరం } AB = \sqrt{(-1 + 4)^2 + (2 + 7)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90}$$

$$B(-1, 2), C(8, 5) \text{ ల మధ్య దూరం} = \sqrt{(8 + 1)^2 + (5 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90}$$

$$C(8, 5), D(5, -4) \text{ ల మధ్య దూరం } CD = \sqrt{(5 - 8)^2 + (-4 - 5)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90}$$

$$D(5, -4), A(-4, -7) \text{ ల మధ్య దూరం } DA = \sqrt{(-4 - 5)^2 + (-7 + 4)^2}$$

$$= \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90}$$

$$A(-4, -7), C(8, 5) \text{ ల మధ్య దూరం } AC = \sqrt{(8 + 4)^2 + (5 + 7)^2}$$

$$= \sqrt{144 + 144} = \sqrt{288}$$

$$B(-1, 2), D(5, -4) \text{ ల మధ్య దూరం} = \sqrt{(5 + 1)^2 + (-4 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72}$$

$$\therefore AB = BC = CD = DA = \sqrt{90}$$

$$AC \neq BD$$

కాబట్టి ABCD ఒక రాంబస్.

(లేదా)

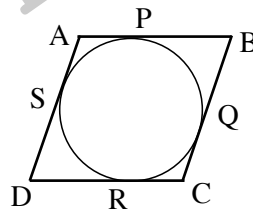
(b) ఒక సమాంతర చతుర్భుజంలో వృత్తం అంతర్లిఖించబడితే అది సమచతుర్భుజం అవుతుందని చూపండి.

జ: ABCD ఒక సమాంతర చతుర్భుజం అని ఇచ్చారు.

$$AB \parallel CD, AB = CD$$

$$AD \parallel BC, AD = BC$$

ABCD రాంబస్ అని చూపాలి.



వృత్తానికి A ఒక బాహ్య బిందువు. AP, ASలు స్పర్శరేఖలు.

$$\therefore AP = AS; AP = AS = x \text{ అనుకోండి.}$$

$$\text{అదేవిధంగా } BP = BQ = y$$

$$CQ = CR = w$$

$$DS = DR = z$$

కానీ $AB = CD$

$\Rightarrow x + y = z + w \longrightarrow (1)$

$BC = DA$

$\Rightarrow y + w = x + z \longrightarrow (2)$

(1), (2)ల నుంచి

$$x + y = z + w$$

$$\underline{x - y = w - z}$$

$$2x = 2w$$

$\Rightarrow x = w$

(1) నుంచి $x + y = z + w$

$$x + y = z + x$$

$\therefore y = z$

$BC = y + w = z + x (\because x = w, y = z)$

$\therefore BC = AB$

$\therefore AB = BC = CD = DA$

$\therefore ABCD$ ఒక రాంబస్

11. (a) $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = K$ అయితే $\frac{K^2 - 1}{K^2 + 1}$ విలువ ఎంత?

జ: $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = K$

$\Rightarrow K^2 = (\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)^2$

$$= \operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta \cdot \cot \theta$$

$$K^2 - 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta \cdot \cot \theta - 1$$

$$= \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 + \cot^2 \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta \cdot \cot \theta$$

$$= \cot^2 \theta + \cot^2 \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta \cdot \cot \theta$$

$$= 2 \cot^2 \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta \cdot \cot \theta$$

$$= 2 \cot \theta (\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta)$$

$$K^2 + 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta \cdot \cot \theta + 1$$

$$= \operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta + 1 + 2 \operatorname{cosec} \theta \cdot \cot \theta$$

$$= \operatorname{cosec}^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta \cdot \cot \theta$$

$$= 2 \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta \cdot \cot \theta$$

$$= 2 \operatorname{cosec} \theta (\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)$$

$$\therefore \frac{K^2 - 1}{K^2 + 1} = \frac{2 \cot \theta (\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta)}{2 \operatorname{cosec} \theta (\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)}$$

$$= \cot \theta \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \sin \theta$$

$$= \cos \theta$$

(లేదా)

(b) B వద్ద లంబకోణం ఉన్న త్రిభుజం ABCలో $\tan A = \sqrt{3}$ అయితే

i) $\sin A \cdot \cos C + \cos A \cdot \sin C$

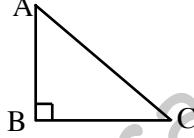
ii) $\cos A \cdot \cos C - \sin A \cdot \sin C$ విలువలు కనుక్కోండి.

జ: ABC ఒక లంబకోణ త్రిభుజం, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan A = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$A = 60^\circ$$

$$C = 30^\circ (90^\circ - 60^\circ)$$



$$(i) \sin A \cdot \cos C + \cos A \cdot \sin C = \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$(ii) \cos A \cdot \cos C - \sin A \cdot \sin C = \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

12. (a) బాగా కలిపిన పేకముక్కల కట్ట (52) నుంచి యాదృచ్ఛికంగా ఒక కార్డును తీస్తే అది కింది కార్డు కావడానికి సంభావ్యతలు లెక్కించండి.

i) నలుపు ముఖ కార్డు

ii) డైమండ్ గుర్తు ఉన్న జాకీ

iii) ఎరుపు రంగు ఏన్ కార్డు

iv) హృదయం గుర్తు ఉన్న రాజు

జ: మొత్తం కార్డుల సంఖ్య = 52

$$\text{సంభావ్యత} = \frac{\text{అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$$

$$(i) \text{ కట్టలో ఉండే నలుపు ముఖకార్డుల సంఖ్య} = 6$$

$$\text{నలుపు ముఖకార్డు వచ్చే సంభావ్యత} = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$$

$$(ii) \text{ కట్టలో డైమండ్ జాకీల సంఖ్య} = 1$$

$$\text{డైమండ్ జాకీ వచ్చే సంభావ్యత} = \frac{1}{52}$$

(iii) కట్టలో ఎరువు రంగు ఏస్ కార్డుల సంఖ్య = 2

$$\text{ఎరువు రంగు ఏస్ కార్డు వచ్చే సంభావ్యత} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

(iv) కట్టలో హృదయపు గుర్తు ఉన్న రాజుల సంఖ్య = 1

$$\text{హృదయపు గుర్తు ఉన్న రాజు వచ్చే సంభావ్యత} = \frac{1}{52}.$$

(లేదా)

(b) కింది పట్టికలో ఇచ్చిన 60 రాజుల మధ్యగతం 28.5 అయితే x, y ల విలువలు కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
పౌనఃపున్యం	5	x	20	15	y	5

జ:

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం	ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం
0 - 10	5	5
10 - 20	x	5 + x
20 - 30	20	25 + x
30 - 40	15	40 + x
40 - 50	y	40 + x + y
50 - 60	5	45 + x + y

Total **45 + x + y**

ఇచ్చిన పౌనఃపున్యాల మొత్తం 60 (దత్తాంశం)

$$\therefore 45 + x + y = 60$$

$$\Rightarrow x + y = 15 \longrightarrow (1)$$

$$n = 60 \Rightarrow \frac{n}{2} = 30, f = 20; cf = 5 + x$$

$$l = \frac{20 + 20}{2} = 20; h = 10$$

$$\text{మధ్యగతం} = l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h$$

$$28.5 = 20 + \frac{30 - 5 - x}{20} \times 10$$

$$28.5 - 20 = \frac{25 - x}{2}$$

$$8.5 \times 2 = 25 - x$$

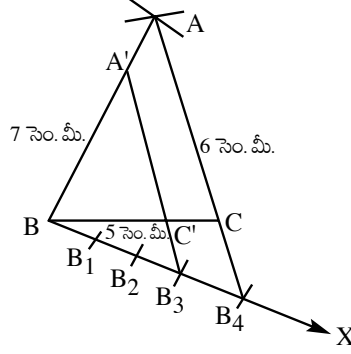
$$\therefore x = 25 - 17 = 8$$

$$(1) \text{ సుంచి } y = 7$$

13. (a) 5 సెం.మీ., 6 సెం.మీ., 7 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. దీనితో సరూపంగా ఉంటూ త్రిభుజ భుజాలకు $3/4$ రెట్లు అనురూప భుజాల కొలతలు గల త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

జ: త్రిభుజ భుజాలు 5 సెం.మీ., 6 సెం.మీ., 7 సెం.మీ.

నిర్మాణ సోపానాలు:



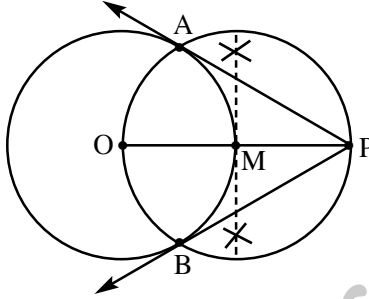
1. $AB = 7$ సెం.మీ., $BC = 5$ సెం.మీ., $AC = 6$ సెం.మీ.లతో ABC త్రిభుజాన్ని గీశాను.
2. శీర్షం A కు ఎదురుగా ఉన్న BC కు B వద్ద \vec{BX} అనే కిరణాన్ని గీశాను.
3. \vec{BX} పై $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ అయ్యేలా B_1, B_2, B_3, B_4 అనే నాలుగు బిందువులను గుర్తించాను.
4. B_4, C లను కలిపాను. B_4C కు సమాంతరంగా B_3 నుంచి BC పైకి B_3C' రేఖాఖండాన్ని గీశాను.
5. C' నుంచి AB పైకి $C'A'$ అనే రేఖాఖండాన్ని AC కి సమాంతరంగా గీశాను.

$A'BC'$ కావాల్సిన త్రిభుజం.

(తేదా)

- (b) 4 సెం.మీ. వ్యాసార్థంతో ఒక వృత్తాన్ని గీయండి. కేంద్రం నుంచి 8 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న బిందువు నుంచి ఒక జత స్పర్శరేఖలను గీయండి.

జ: నిర్మాణ సోపానాలు:



1. 4 సెం.మీ. వ్యాసార్థంతో 'O' కేంద్రం గల వృత్తాన్ని గీశాను.
2. వృత్త కేంద్రం నుంచి 8 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న బిందువు 'P' ని గుర్తించాను.
3. O, P ని కలిపి దానికి లంబ సమద్విఖండన రేఖను గీశాను.
4. OP మధ్య బిందువు M.
5. M కేంద్రంగా $MP = OM$ వ్యాసార్థంతో ఒక వృత్తాన్ని గీశాను.
6. రెండు వృత్తాలు ఖండించుకునే బిందువులు A, B లను గుర్తించాను.
7. P, A; P, B లను కలిపాను.
8. PA, PB లు కావాల్సిన స్పర్శరేఖలు.

PART - B ANSWERS

14-D; 15-B; 16-A; 17-A; 18-C; 19-A; 20-C; 21-C; 22-D; 23-B; 24-D; 25-C; 26-A; 27-B; 28-A; 29-B; 30-C; 31-A; 32-D; 33-C.

Writer: Dr. T.S.V.S. Suryanarayana Murty