BOARD OF SECONDARY EDUCATION (AP)

SUMMATIVE ASSESSMENT – II

TENTH CLASS MATHEMATICS MODEL PAPER

PAPER – II (TELUGU VERSION)

సమయం: 2 గం.45 ని. **పార్ట్ – A & B** గరిష్ఠ మార్కులు: 40

సూచనలు:

1) మొదటి 15 నిమిషాలు ప్రశ్నపత్రం చదవడానికి, మిగిలిన 2.30 సమయం సమాధానాలు రాయడానికి కేటాయించారు.
2) పార్ట్ – Aలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు మీకిచ్చిన సమాధాన పత్రంలోనే రాయండి.
3) పార్ట్ – Aలో 3 సెక్షన్లు ఉంటాయి.
4) సెక్షన్ – III లోని ప్రశ్నలకు అంతర్గత వెసులుబాటు ఉంటుంది.

సమయం: 2 గం. **పార్ట్ – A** మార్కులు: 30

సెక్షన్ – I

సూచనలు: i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఒక మార్కు. $4 \times 1 = 4$

1. A(4, 3), B(x, 5) లు ఒక వృత్తంపై బిందువులు, O(2, 4) వృత్త కేంద్రం. అయితే 'x' విలువ ఎంత? (AB వ్యాసం).

2. ఒక వృత్త వ్యాసం చివరి బిందువుల వద్ద గీసిన స్పర్శరేఖలు సమాంతరమని చూపండి.

3. $\sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A)$ ను సూక్ష్మీకరించండి.

4. ముగ్గురు విద్యార్థుల్లో ఇద్దరి పుట్టిన రోజులు సంవత్సరంలో ఒకే రోజు రాని సంభావ్యత 0.992 అయితే ఒకేరోజు వచ్చే సంభావ్యత ఎంత?

సెక్షన్ – II

సూచనలు: i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii) ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు. $5 \times 2 = 10$

5. A(–2, –1), B(a, 0), C(4, b), D(1, 2)లు ఒక సమాంతర చతుర్భుజ శీర్షాలైతే a, b ల విలువలు కనుక్కోండి.

6. ABCD ట్రెపీజియంలో AB//BC, దాని కర్ణాలు 'O' వద్ద ఖండించుకుంటే $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ అని చూపండి.

7. ఒక చెట్టు గాలికి విరగడంతో దాని పైభాగం భూమికి 30° ల కోణం చేస్తూ కింద పడింది. చెట్టు అడుగు భాగం నుంచి కిందపడిన దాని కొన మధ్య దూరం 6 మీ. అయితే విరగక ముందు ఆ చెట్టు ఎత్తు ఎంత?

8. లోపాలు ఉన్న 12 పెన్నులు పొరపాటుగా 132 మంచి పెన్నుల్లో కలిసిపోయాయి. చూడగానే పెన్నులోని లోపాన్ని గుర్తించలేం. అయితే యాదృచ్ఛికంగా ఒక పెన్నును ఎన్నుకుంటే అది మంచి పెన్ను అవడానికి సంభావ్యత ఎంత?

9. $l = 40$, $n = 73 + x$, $cf = 35$, $f = 25$, $h = 20$, ఆ దత్తాంశపు మధ్యగతం 48 అయితే 'x' విలువ ఎంత?

సెక్షన్ – *III*

సూచనలు: i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

iii) ప్రతి ప్రశ్నకు అంతర్గత వెసులుబాటు (Internal Choice) ఉంటుంది. **$4 \times 4 = 16$**

10. **a)** A (–4, 0), B(0, 6)లను కలిపే రేఖాఖండాన్ని నాలుగు సమాన భాగాలుగా చేసే బిందువుల నిరూపకాలను కనుక్కోండి.

(లేదా)

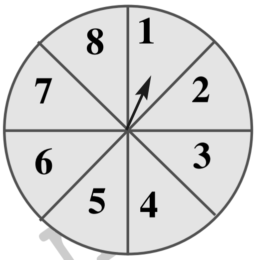
b) 12 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం ఉన్న వృత్తంలో ఒక జ్యా కేంద్రం వద్ద 120° కోణాన్ని ఏర్పరిచింది. జ్యాతో ఏర్పడిన సంబంధిత అల్ప వృత్తఖండం వైశాల్యం కనుక్కోండి.

11. **a)** $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = p$ అయితే $\sec\theta = \dfrac{p^2+1}{p^2-1}$ అని నిరూపించండి.

(లేదా)

b) భూమితో 30° ల ఊర్ధ్వకోణం చేస్తూ 18 మీ. పొడవైన లోహపు తీగ ఆధారంగా ఒక విద్యుత్ స్తంభం నిలబడి ఉంది. తీగ పొడవు చాలా ఎక్కువగా ఉన్న కారణంగా దానిలో కొంతభాగాన్ని కత్తిరించి, మిగిలిన దాన్ని భూమితో 60° కోణం చేసేలా అమర్చారు. అయితే కత్తిరించగా మిగిలిన తీగపొడవు ఎంత?

12. **a)** ఒక ఆటలో వేగంగా తిప్పిన బాణపు గుర్తు పటంలో చూపిన 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8ని సూచిస్తూ ఆగుతుంది. అన్ని పర్యవసానాలు సమసంభవాలైతే కింది ఘటనల సంభావ్యతలు లెక్కించండి. బాణపుగుర్తు సూచించేది



i) 8 ii) ఒక బేసి సంఖ్య

iii) 2 కంటే పెద్ద సంఖ్య iv) 9 కంటే చిన్న సంఖ్య

(లేదా)

b) కింది దత్తాంశపు సగటును విచలన పద్ధతిలో కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం	65 – 85	85 – 105	105 – 125	125 – 145	145 – 165	165 – 185	185 – 205
పౌనఃపున్యం	4	5	13	20	14	8	4

13. **a)** BC = 7 సెం.మీ., $\angle B = 45^\circ$, $\angle A = 105^\circ$ కొలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. దీనికి సమానంగా ఉంటూ త్రిభుజ భుజాలకు $\dfrac{4}{3}$ రెట్లు అనురూప భుజాల కొలతలు ఉన్న త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

(లేదా)

b) 5 సెం.మీ. వ్యాసార్ధంతో ఒక వృత్తాన్ని గీసి, కేంద్రానికి 8 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న బిందువు నుంచి ఒక జత స్పర్శరేఖలను గీయండి.

www.eenadupratibha.net

www.eenadupratibha.net

సమయం: 30 నిమిషాలు | **పార్ట్ – B** | మార్కులు: 10

సూచనలు: **i)** అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి

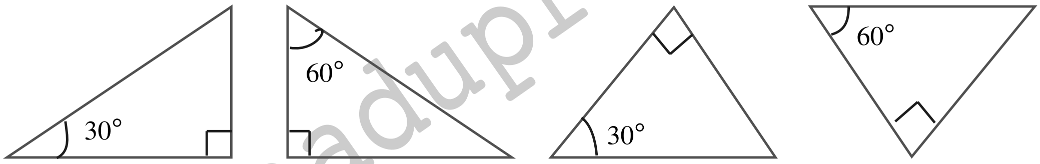
ii) ప్రతి ప్రశ్నకు $\frac{1}{2}$ మార్కు.

iii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఇచ్చిన నాలుగు సమాధానాల్లో సరైన దాన్ని ఎన్నుకుని, దానికి సంబంధించిన ఆంగ్ల పెద్ద అక్షరాన్ని **(A, B, C, D)** బ్రాకెట్లలో రాయండి.

iv) కొట్టివేతలు, దిద్దిన, చెరిపివేసి రాసిన ప్రశ్నలకు మార్కులు ఇవ్వరు. $\mathbf{20 \times \frac{1}{2} = 10}$

సెక్షన్ – IV

14. కింది పటాల్లో సరూప త్రిభుజాలేవి? ( )



I **II** **III** **IV**

A) I, II మాత్రమే B) II, IV మాత్రమే C) I, II, III మాత్రమే D) అన్నీ

15. ΔABCలో $DE // AB$, $AD = 8x + 9$, $CD = x + 3$, $BE = 3x + 4$, $CE = x$ అయితే x =..... ( )

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

16. ΔABCలో $DE // BC$, $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$, $DB = 7.2$ అయితే AD = ... ( )

A) 5.4 B) 4.4 C) 3.4 D) 2.4

17. 6 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం ఉన్న వృత్త కేంద్రానికి 8 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న బిందువు నుంచి గీసిన స్పర్శరేఖ పొడవు ( )

A) $\sqrt{7}$ సెం.మీ. B) 5 సెం.మీ.

C) $2\sqrt{7}$ సెం.మీ. D) 10 సెం.మీ.

18. 'O' కేంద్రంగా ఉన్న వృత్తానికి TP, TQ లు రెండు స్పర్శరేఖలు. $\angle POQ = 110°$ అయితే $\angle PTQ$ = ... ( )

A) 60° B) 70° C) 250° D) 110°

19. వ్యాసం అంత్య బిందువుల వద్ద గీయగలిగే స్పర్శరేఖల సంఖ్య ( )

A) ∞ B) 1 C) 2 D) 0

20. $(1 + \tan^{2018} 45°)^2$ = ... ( )

A) 2018 B) 2 C) 4 D) కనుక్కోలేం

21. $\sin 25° . \cos 65° + \cos 25° . \sin 65°$ = ... ( )

A) 1 B) sin 90° C) cos 90° D) A, B

22. $\frac{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}{\sec \theta}$ = ... ( )

A) $\sin \theta$ B) $\tan \theta$ C) $\cos \theta$ D) 1

www.eenadupratibha.net

23. సూర్యుడితో ఊర్ధ్వకోణం 45° ఉన్నప్పుడు ఒక చెట్టు నీడ పొడవు 8 మీ. అయితే ఆ చెట్టు ఎత్తు ...... మీ. ( )

A) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ B) $8\sqrt{3}$ C) 8 D) $16\sqrt{3}$

24. ఒక కడ్డీ, దాని నీడ పొడవుల నిష్పత్తి 1 : $\sqrt{3}$ అయితే ఊర్ధ్వకోణం ( )

A) 45° B) 30° C) 90° D) 60°

25. ఒక టవరు పాదం నుంచి 200 మీ. దూరంలో ఉన్న దానికొన 30° ఊర్ధ్వకోణం చేస్తే ఆ టవరు ఎత్తు ( )

A) $200\sqrt{3}$ మీ. B) $100\sqrt{3}$ మీ. C) $\frac{200}{\sqrt{3}}$ మీ. D) 200 మీ.

26. కిందివాటిలో ఒక ఘటన సంభావ్యతకానిది ( )

A) 1 B) 2 C) 0 D) 20%

27. ఒక నాణేన్ని 1000 సార్లు ఎగుర వేసినప్పుడు బొరుసు పడే సంభావ్యత $\frac{3}{8}$ అయితే బొమ్మ ఎన్నిసార్లు పడుతుంది? ( )

A) 625 B) 375 C) 725 D) 575

28. రెండు పాచికలను దొర్లించినప్పుడు వాటి ముఖాలపై మొత్తం 4 అయ్యే సంభావ్యత ( )

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{12}$

29. 20 – 29 తరగతి దిగువ అవధి ( )

A) 20 B) 24.5 C) 19.5 D) 29

30. కిందివాటిని జతపరచండి. ( )

i) మొదటి 10 సహజ సంఖ్యల సగటు a) 4.5

ii) మొదటి 10 పూర్ణాంకాల మధ్యగతం b) 5.5

iii) మొదటి 10 సహజసంఖ్యల బాహుళకం c) ఉండదు

A) i–c, ii–a, iii–b B) i–b, ii–a, iii–c C) i–a, ii–c, iii–b D) i–b, ii–c, iii–a

31. కిందివాటిలో అసత్యమైంది ( )

A) (1, 1), (2, 2)లను కలిపే రేఖవాలు 1

B) (0, 3), (–2, 5)లను కలిపే రేఖ మధ్యబిందువు (–1, 4)

C) (0, 0), (–2, –1)ల మధ్యదూరం 5

D) (1, 1), (2, 2), (3, 3) బిందువుల గురుత్వ కేంద్రం (2, 2)

32. (0, 0), (2, 0), (0, 5) బిందువులను కలిపితే ఏర్పడే త్రిభుజ వైశాల్యం ..... ( )

A) 2 చ.యూ. B) 5 చ.యూ. C) 10 చ.యూ. D) 25 చ.యూ.

33. మూలబిందువు నుంచి సమీప బిందువు ( )

A) (2, –1) B) (3, –1) C) (5, 0) D) (2, –3)

www.eenadupratibha.net
www.eenadupratibha.net

www.eenadupratibha.net

జవాబులు

పార్ట్ – A

సెక్షన్ – I

1. A(4, 3), B(x, 5)లు వృత్తంపై బిందువులు, O(2, 4) వృత్త కేంద్రం. అయితే 'x' విలువ ఎంత? (AB వ్యాసం)

జ: A(4, 3), B(x, 5)లు ఒక వృత్తంపై బిందువులు, వృత్త కేంద్రం O(2, 4), AB వ్యాసం అయితే మధ్యబిందువు కేంద్రం 'O' అవుతుంది.

A (4, 3), B(x, 5)ల మధ్యబిందువు $= \left(\frac{4+x}{2}, \frac{3+5}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, 4\right)$

$\therefore \left(\frac{4+x}{2}, 4\right) = (2, 4)$

$\therefore \frac{4+x}{2} = 2 \Rightarrow 4 + x = 4 \Rightarrow x = 4 - 4 = 0$

$\therefore x = 0$

2. ఒక వృత్త వ్యాసం చివరి బిందువుల వద్ద గీసిన స్పర్శరేఖలు సమాంతరమని చూపండి.

జ: OA ఒక వ్యాసార్ధం

ZAX ఒక స్పర్శరేఖ

$\therefore \angle OAX = 90^\circ$

($\because$ స్పర్శరేఖకు, వ్యాసార్ధానికి మధ్యకోణం)

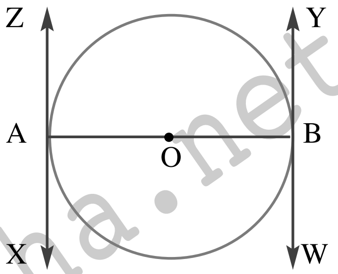
అదే విధంగా OB వ్యాసార్ధం

WBY స్పర్శరేఖ

$\therefore \angle OBX = 90^\circ$

కానీ $\angle OAX$, $\angle OBY$లు ఏకాంతర కోణాలు

$\therefore$ ZX // YW



3. secA(1 − sinA) (secA + tanA)ను సూక్ష్మీకరించండి.

జ: $\sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A) = (\sec A - \sec A.\sin A)(\sec A + \tan A)$

$= (\sec A - \frac{1}{\cos A}.\sin A)(\sec A + \tan A)$

$= (\sec A - \tan A)(\sec A + \tan A)$

$= \sec^2 A - \tan^2 A = 1$

4. ముగ్గురు విద్యార్థుల్లో ఇద్దరి పుట్టిన రోజులు సంవత్సరంలో ఒకే రోజు రాని సంభావ్యత 0.992 అయితే ఒకే రోజు వచ్చే సంభావ్యత ఎంత?

జ: ఇద్దరు విద్యార్థుల పుట్టిన రోజులు ఒక సంవత్సరంలో ఒకే రోజు రాని సంభావ్యత P(E) = 0.992

ఇద్దరు విద్యార్థుల పుట్టిన రోజులు ఒక సంవత్సరంలో ఒకే రోజు వచ్చే సంభావ్యత $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$

$= 1 - 0.992 = 0.008$

www.eenadupratibha.net

www.eenadupratibha.net

సెక్షన్ – II

5. **A(−2, −1), B(a, 0), C(4, b), D(1, 2)లు ఒక సమాంతర చతుర్భుజ శీర్షాలైతే a, b ల విలువలు కనుక్కోండి.**

జ: A(2, 1), B(a, 0), C(4, b), D(1, 2)లు ఒక సమాంతర చతుర్భుజ శీర్షాలు కాబట్టి వాటి కర్ణాల మధ్య బిందువులు సమానం.

A (−2, −1), C(4, b)ల మధ్య బిందువు = B(a, 0), D(1, 2)ల మధ్య బిందువు.

$$\Rightarrow \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{-1+b}{2}\right) = \left(\frac{a+1}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \left(1, \frac{b-1}{2}\right) = \left(\frac{a+1}{2}, 1\right)$$

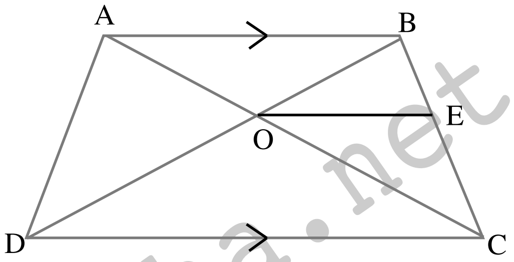
$$\therefore \frac{a+1}{2} = 1, \frac{b-1}{2} = 1$$

$$\Rightarrow a = 2 - 1, b = 2 + 1$$

$$a = 1, b = 3$$

6. **ABCD ట్రెపీజియంలో AB//BC, దాని కర్ణాలు 'O' వద్ద ఖండించుకుంటే $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ అని చూపండి.**

జ: ABCD ట్రెపీజియంలో కర్ణాలు AC, BDలు 'O' వద్ద ఖండించుకుంటాయి.



OE//AB//CD అయ్యేలా గీయండి.

OE//DC కాబట్టి

$\frac{BO}{DO} = \frac{BE}{EC}$ (∵ థేల్స్ సిద్ధాంతం ప్రకారం)......(1)

OE//AB

$\frac{AO}{OC} = \frac{BE}{EC}$ (∵ థేల్స్ సిద్ధాంతం ప్రకారం)......(2)

సమీకరణం (1), (2) ల నుంచి $\frac{BO}{DO} = \frac{AO}{OC}$

$$\Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$$

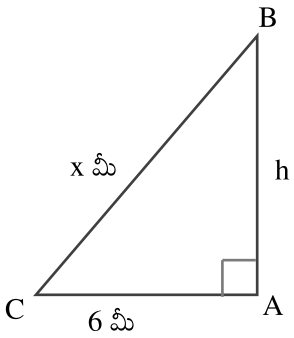
7. **ఒక చెట్టు గాలికి విరగడంతో దాని పైభాగం భూమికి 30°ల కోణం చేస్తూ కింద పడింది. చెట్టు అడుగు భాగం నుంచి కిందపడిన దానికొన మధ్య దూరం 6 మీ. అయితే విరగక ముందు ఆ చెట్టు ఎత్తు ఎంత?**

జ: విరిగిన చెట్టు ఎత్తు AB = h మీ.

విరిగిన భాగం BC = x మీ. అనుకుందాం.

ఊర్ధ్వకోణం $\theta = 30^\circ$

పటం నుంచి AC = 6 మీ.



ΔABCలో $\tan 30^\circ = \frac{AB}{AC}$

www.eenadupratibha.net

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{6} \Rightarrow AB = \frac{6}{\sqrt{3}}$ మీ.

$\cos 30° = \frac{AC}{BC}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 3\sqrt{3}$

విరగక ముందు చెట్టు ఎత్తు $= AB + BC = \frac{6}{\sqrt{3}} + 3\sqrt{3}$

$= \frac{6 + 3 \times 3}{\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}}$ ను $\sqrt{3}$తో గుణించి, భాగించగా

$= \frac{15 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{15 \times \sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$ మీ.

లేదా $5(1.732) = 8.660$ మీ.

8. **లోపాలు ఉన్న 12 పెన్నులు పొరపాటుగా 132 మంచి పెన్నుల్లో కలిసిపోయాయి. చూడగానే పెన్నులోని లోపాన్ని గుర్తించలేం. అయితే యాదృచ్ఛికంగా ఒక పెన్నును ఎన్నుకుంటే అది మంచి పెన్ను అవడానికి సంభావ్యత ఎంత?**

జ: లోపాలు ఉన్న పెన్నుల సంఖ్య = 12

మంచి పెన్నుల సంఖ్య = 132

మొత్తం పెన్నుల సంఖ్య = 132 + 12 = 144

యాదృచ్ఛికంగా ఒక పెన్నును తీసినప్పుడు అది మంచి పెన్ను కావడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(E) = 132$

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య $n(S) = 144$

మంచి పెన్ను వచ్చే సంభావ్యత $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$

9. **$l = 40$, $n = 73 + x$, $cf = 35$, $f = 25$, $h = 20$,** ఆ దత్తాంశపు మధ్యగతం 48 అయితే 'x' విలువ ఎంత?

జ: $l = 40, n = 73 + x, cf = 35, f = 25, h = 20$, మధ్యగతం = 48

మధ్యగతం $= l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h$

$\Rightarrow 48 = 40 + \frac{\frac{73 + x}{2} - 35}{25} \times 20$

$\Rightarrow 48 - 40 = \frac{73 + x - 70}{2 \times 25} \times 20$

$\Rightarrow 8 = \frac{3 + x}{5} \times 2$

$\Rightarrow \frac{8 \times 5}{2} - 3 = x$

$\therefore x = 17$

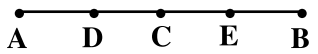
www.eenadupratibha.net

సెక్షన్ - III

10. a) A (−4, 0), B(0, 6) లను కలిపే రేఖాఖండాన్ని నాలుగు సమాన భాగాలుగా చేసే బిందువుల నిరూపకాలను కనుక్కోండి.

జ: A(−4, 0), B(0, 6)లు AB రేఖాఖండాన్ని కలిపే రెండు బిందువులు.

'C' అనేది A(−4, 0) B(0, 6)ల మధ్యబిందువు



అయితే $C = \left(\frac{-4+0}{2}, \frac{0+6}{2}\right)$

$= (-2, 3)$

'D' అనేది A(−4, 0), C(−2, 3)ల మధ్యబిందువు

అయితే $D = \left(\frac{-4+(-2)}{2}, \frac{0+3}{2}\right) = \left(-3, \frac{3}{2}\right)$

'E' అనేది C(−2, 3), B(0, 6)ల మధ్యబిందువు

అయితే $E = \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{3+6}{2}\right) = \left(-1, \frac{9}{2}\right)$

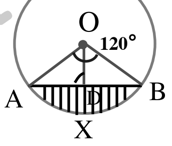
∴ AB రేఖాఖండాన్ని నాలుగు సమాన భాగాలుగా విభజించే బిందువులు $C(-2, 3), D\left(-3, \frac{3}{2}\right), E\left(-1, \frac{9}{2}\right)$

AD = DC = CE = EB

(లేదా)

b) 12 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం ఉన్న వృత్తంలో ఒక జ్యా కేంద్రం వద్ద 120° కోణాన్ని ఏర్పరిచింది. జ్యాతో ఏర్పడిన సంబంధిత అల్ప వృత్తఖండం వైశాల్యం కనుక్కోండి.

జ: 'O' కేంద్రంగా ఉన్న వృత్తంలో AB జ్యా కేంద్రం వద్ద 120° కోణం చేస్తుంది.



వృత్త వ్యాసార్ధం r = OA = OB = 12 సెం.మీ.

OA × B ఒక సెక్టారు, A × B అల్ప వృత్త ఖండం.

A × B వైశాల్యం = OA × B వైశాల్యం − ΔOAB వైశాల్యం

'O' నుంచి AB పైకి OD ⊥ AB అయ్యేలా ODని గీయండి.

ΔOADలో, $\angle ODA = 90°, \angle AOD = \frac{120°}{2} = 60°$

⇒ ΔOAD = 30° (త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180°)

$\sin 30° = \frac{OD}{OA} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OD}{12} \Rightarrow OD = 6$ సెం.మీ.

$\cos 30° = \frac{AD}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{6} \Rightarrow AD = 3\sqrt{3}$ సెం.మీ.

$AB = 2 \times AD = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ సెం.మీ.

Δ OAB వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times AB \times OD$

$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 = 18\sqrt{3}$

$= 18 \times 1.732 = 31.176$ సెం.మీ.^{2}

www.eenadupratibha.net

11. **a) cosecθ + cotθ = p అయితే secθ = $\frac{p^2+1}{p^2-1}$ అని నిరూపించండి.**

జ: cosecθ + cotθ = p అని ఇచ్చారు.

$$R.H.S = \frac{p^2+1}{p^2-1} = \frac{(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)^2 + 1}{(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)^2 - 1}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec}^2\theta + \cot^2\theta + 2\operatorname{cosec}\theta.\cot\theta + 1}{\operatorname{cosec}^2\theta + \cot^2\theta + 2\operatorname{cosec}\theta.\cot\theta - 1}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec}^2\theta + (\cot^2\theta + 1) + 2\operatorname{cosec}\theta.\cot\theta}{(\operatorname{cosec}^2\theta - 1) + \cot^2\theta + 2\operatorname{cosec}\theta.\cot\theta}$$

$$= \frac{2\operatorname{cosec}^2\theta + 2\operatorname{cosec}\theta.\cot\theta}{2\cot^2\theta + 2\operatorname{cosec}\theta.\cot\theta}$$

$$= \frac{2\operatorname{cosec}\theta\,(\operatorname{cosec}\theta + \cot^2\theta)}{2\cot\theta\,(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)}$$

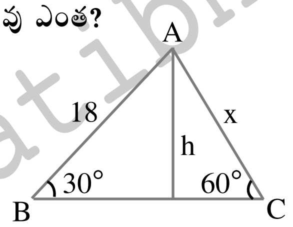
$$= \operatorname{cosec}\theta.\tan\theta$$

$$= \frac{1}{\sin\theta}.\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$= \frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta = L.H.S$$

(లేదా)

b) భూమితో 30°ల ఊర్ధ్వకోణం చేస్తూ 18 మీ. పొడవైన లోహపు తీగ ఆధారంగా ఒక విద్యుత్ స్తంభం నిలబడి ఉంది. తీగ పొగవు చాలా ఎక్కువగా ఉన్న కారణంగా దానిలో కొంతభాగాన్ని కత్తిరించి, మిగిలిన దాన్ని భూమితో 60° కోణం చేసేలా అమర్చారు. అయితే కత్తిరించగా మిగిలిన తీగపొడవు ఎంత?



జ: విద్యుత్ స్తంభం ఎత్తు AD = h మీ.

30° కోణం వైపు కట్టిన తీగపొడవు = 18 మీ.

60° కోణం వైపు కట్టిన తీగపొడవు AC = x మీ.

ΔABDలో, $\sin 30° = \frac{AD}{AB} = \frac{h}{18}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{18} \Rightarrow h = 9$ మీ.

ΔADCలో $\sin 60° = \frac{AD}{AC}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{x} = \frac{9}{x}$

$\Rightarrow x = \frac{9 \times 2}{\sqrt{3}}$

$= \frac{18}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3} = 6(1.732)$

$\therefore$ x = 10.392 మీ. మొత్తం తీగ పొడవు 18 మీటర్లు.

దానిలో 10.392 మీటర్ల తీగను ఉపయోగించగా మిగిలిన తీగపొడవు = 18 – 10.392

= 7.608 మీ.

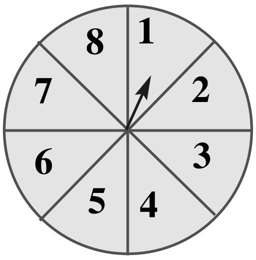
12. **a) ఒక ఆటలో వేగంగా తిప్పిన బాణపు గుర్తు పటంలో చూపిన 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ని సూచిస్తూ ఆగుతుంది. అన్ని పర్యవసానాలు సమసంభవాలైతే కింది ఘటనల సంభావ్యతలు లెక్కించండి. బాణపుగుర్తు సూచించేది**

i) 8

ii) ఒక బేసి సంఖ్య

iii) 2 కంటే పెద్ద సంఖ్య

iv) 9 కంటే చిన్న సంఖ్య



జ: మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య n(s) = 8

i) బాణపు గుర్తు 8ని సూచించడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(E_1) = 1$

బాణపు గుర్తు 8ని సూచించడానికి సంభావ్యత $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

ii) బాణపు గుర్తు బేసిసంఖ్యను సూచించడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(E_2) = 4$

($\because$ 1, 3, 5, 7 లు బేసి సంఖ్యలు)

బాణపు గుర్తు బేసిసంఖ్యను సూచించే సంభావ్యత $P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(s)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

iii) బాణపు గుర్తు 2 కంటే పెద్ద సంఖ్యను సూచించడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(E_3) = 6$

బాణపు గుర్తు 2 కంటే పెద్ద సంఖ్యను సూచించే సంభావ్యత $P(E_3) = \frac{n(E_3)}{n(s)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

iv) బాణపు గుర్తు 9 కంటే చిన్న సంఖ్యను సూచించడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(E_4) = 8$

బాణపు గుర్తు 9 కంటే చిన్న సంఖ్యను సూచించే సంభావ్యత $P(E_4) = \frac{n(E_4)}{n(s)} = \frac{8}{8} = 1$

(లేదా)

b) కింది దత్తాంశపు సగటును విచలన పద్ధతిలో కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం	65 – 85	85 – 105	105 – 125	125 – 145	145 – 165	165 – 185	185 – 205
పౌనఃపున్యం	4	5	13	20	14	8	4

జ:

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం (f_i)	మధ్యవిలువలు (x_i)	$d_i = x_i - A$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	f_iu_i
65–85	4	75	–60	–3	–12
85–105	5	95	–40	–2	–10
105–125	13	115	–20	–1	–13
125–145	20	135^A	0	0	0
145–165	14	155	20	1	14
165–185	8	175	40	2	16
185–205	4	195	60	3	12

మొత్తం = 68 $\quad\quad \Sigma f_iu_i = 7$

సగటు $= \overline{x} = A + \frac{\Sigma f_iu_i}{\Sigma f_i} \times h$

ఇక్కడ $A = 135, \Sigma f_iu_i = 7, \Sigma f_i = 68, h = 20$

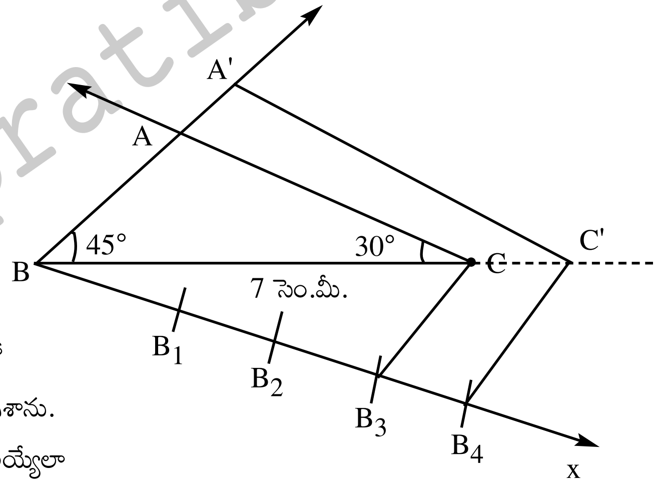
$\therefore$ సగటు $= 135 + \frac{7}{68} \times 20$

$= 135 + 2.06$ (సుమారు)

$= 137.06$ (సుమారు)

13. a) BC = 7 సెం.మీ., ∠B = 45°, ∠A = 105° కొలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. దీనికి సమానంగా ఉంటూ త్రిభుజ భుజాలకు $\frac{4}{3}$ రెట్లు అనురూప భుజాల కొలతలు ఉన్న త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

జ: నిర్మాణ సోపానాలు:



1) ABC త్రిభుజ నిర్మాణానికి BC = 7 సెం.మీ., $\angle B = 45°$, $\angle A = 105°$ కొలతలు ఇచ్చారు.

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\Rightarrow 105° + 45° + \angle C = 180°$

$\Rightarrow \angle C = 30°$

2) BC = 7 సెం.మీ., $\angle B = 45°$, $\angle C = 30°$లను ఉపయోగించి ABC త్రిభుజాన్ని నిర్మించాను.

3) BC భుజానికి శీర్షం A ఉన్న వైపు వ్యతిరేక దిశలో దానితో అల్పకోణం చేసే విధంగా BX కిరణాన్ని గీశాను.

4) ఈ BXపై $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ అయ్యేలా 4 బిందువులు B_1, B_2, B_3, B_4లను గుర్తించాను.

5) B_3C లను కలిపాను. B_4 ద్వారా B_3Cకి సమాంతరంగా ఉండేలా ఒక రేఖను గీశాను. BCని పొడిగించినప్పుడు అది C' వద్ద ఖండించుకుంది.

6) C' ద్వారా CAకు సమాంతరంగా గీసిన రేఖ BAని పొడిగించినప్పుడు A' వద్ద ఖండించుకుంది.

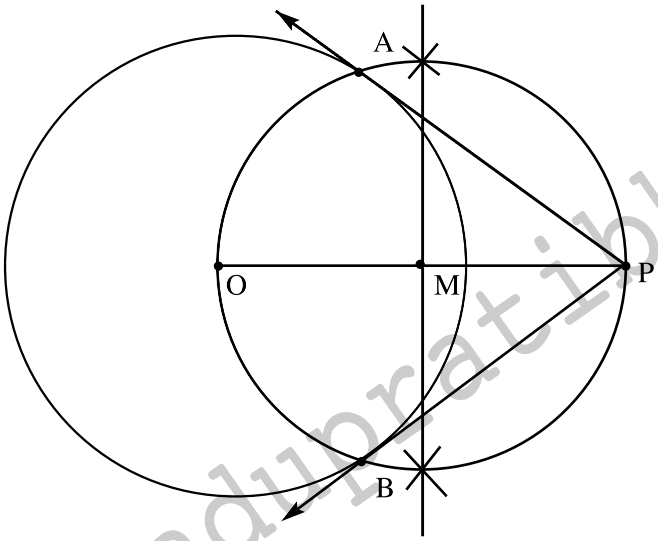
7) ఏర్పడిన A'BC' కావాల్సిన త్రిభుజం.

www.eenadupratibha.net

(లేదా)

b) 5 సెం.మీ. వ్యాసార్ధంతో ఒక వృత్తాన్ని గీసి, కేంద్రం నుంచి 8 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న బిందువు నుంచి ఒక జత స్పర్శరేఖలను గీయండి.

జ:



నిర్మాణ సోపానాలు:

1. 5 సెం.మీ. వ్యాసార్ధంతో 'O' కేంద్రంగా ఉన్న వృత్తాన్ని గీశాను.
2. కేంద్రం 'O' నుంచి 8 సెం.మీ. దూరంలో 'P' బిందువును గుర్తించాను.
3. $\overline{OP}$ని కలిపి దానికి లంబ సమద్విఖండన రేఖను గీస్తే, అది $\overline{OP}$ని M వద్ద ఖండించింది.
4. $\overline{OP}$ మధ్యబిందువు M.
5. M కేంద్రంగా MP = OM వ్యాసార్ధంతో ఒక వృత్తాన్ని గీశాను.
6. రెండు వృత్తాలు ఖండించుకునే బిందువులు A, Bలను గుర్తించాను.
7. $\overline{PA}$, $\overline{PB}$లను కలిపాను.
8. $\overline{PA}$, $\overline{PB}$లు కావాల్సిన స్పర్శరేఖలు.

పార్ట్ – B సమాధానాలు

14–A; 15–B; 16–D; 17–C; 18–B; 19–C; 20–C; 21–D; 22–A; 23–C; 24–B; 25–C; 26–B; 27–A; 28–D; 29–A; 30–B; 31–C; 32–B; 33–A.

రచయిత: **Dr. S.V.S. సూర్యనారాయణ మూర్తి**

www.eenadupratibha.net

www.eenadupratibha.net