

మెంటల్ ఎబిలిటీ

గడియారాలు

★ సాధారణంగా గడియారం ముఖ భాగం వృత్తాకారంలో ఉంటుంది. ఈ వృత్త పరిధి 12 సమభాగాలుగా విభజింపబడి ఉంటుంది. ఈ భాగాలను గంటల అవధి అంటారు. ప్రతి గంట అవధిని 5 సమ భాగాలుగా విభజిస్తే వాటిని నిమిషాల అవధి అంటారు. ఈ విధంగా వృత్తపరిధి అంటే గడియారం ముఖ భాగం $12 \times 5 = 60$ నిమిష అవధులుగా విభజితమై ఉంటుంది.

★ గడియారంలో పెద్దముల్లు నిమిషాలను, చిన్న ముల్లు గంటలను సూచిస్తాయి.

★ గడియారంలో వృత్తపరిధిని 1 నుంచి 12 వరకు వరుసగా, 12 గంటలు భాగాలుగా విభజింపబడి ఉంటుంది. ఈ గంటల ముల్లు 12 గంటల కాలంలో ఒక సంపూర్ణ భ్రమణం అంటే 360° లు పూర్తి చేస్తుంది.

కాబట్టి 12 గంటల భాగాలు = 360°

$$\therefore 1 \text{ గంటలో చిన్నముల్లు తిరిగే కోణం} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

$$1 \text{ నిమిషంలో చిన్నముల్లు తిరిగే కోణం} = \frac{30^\circ}{60} = \frac{1^\circ}{2}$$

★ ఒక గంటలో పెద్ద ముల్లు (నిమిషాల ముల్లు) 360° తిరుగుతుంది.

$$\therefore 1 \text{ నిమిషంలో పెద్ద ముల్లు తిరిగే కోణం} = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$$

★ ఒక నిమిషంలో నిమిషాల ముల్లు గంటల ముల్లు కంటే $5 \frac{1^\circ}{2} \left(6^\circ - \frac{1^\circ}{2}\right)$ లు ఎక్కువగా తిరుగుతుంది, కాబట్టి నిమిషానికి

$$\text{వాటి సాపేక్షవేగం} = 5 \frac{1^\circ}{2} = \frac{11^\circ}{2}$$

గడియారంలో రెండు ముల్లులు వాటి మధ్య కోణం

ఏకీభవిస్తే 0°

లంబంగా ఉంటే 90°

వ్యతిరేకంగా ఉంటే 180°

ఒకే సరళరేఖపై ఉంటే 0° లేదా 180°

12 గంటల కాలంలో...

★ రెండు ముల్లులు 11 సార్లు ఏకీభవిస్తాయి. 24 గంటల కాలంలో 22 సార్లు ఏకీభవిస్తాయి.

★ రెండు ముల్లులు 22 సార్లు సరళరేఖా మార్గంలో ఉంటాయి. 24 గంటల కాలంలో 44 సార్లు సరళరేఖా మార్గంలో ఉంటాయి.

★ 90° లేదా ఏదైనా ఇతర కోణం 22 సార్లు వస్తుంది. 24 గంటల్లో 44 సార్లు లంబకోణం ఏర్పడుతుంది.

★ 60 నిమిషాల వ్యవధిలో నిమిషాల ముల్లు 60 నిమిష భాగాలు తిరుగుతుంది. అదే సమయంలో గంటల ముల్లు కేవలం 5 నిమిష భాగాలు మాత్రమే తిరుగుతుంది. కాబట్టి నిమిషాల ముల్లు 60 నిమిషాల వ్యవధిలో గంటల ముల్లు కంటే 55 నిమిష భాగాలు అధికంగా తిరుగుతుంది.

★ గంటల ముల్లు కంటే నిమిషాల ముల్లు 55 నిమిష భాగాలు అధికంగా తిరుగుతుంది. కాబట్టి 1 నిమిష భాగం తిరగడానికి

పట్టే కాలం $\frac{12}{11}$ నిమిషాలు అవుతుంది.

★ గంటల ముల్లు, నిమిషాల ముల్లు వాటి, వాటి వేగాలతో ప్రయాణిస్తుంటే అవి రెండు 65 $\frac{5}{11}$ నిమిషాల్లో ఒకదానినొకటి కలుసుకుంటాయి.

★ పెద్దముల్లు (నిమిషాల ముల్లు) 1 నిమిషంలో 6°, చిన్నముల్లు $\frac{1}{2}$ తిరుగుతాయి.

$$\text{కాబట్టి పెద్దముల్లు, చిన్న ముల్లల వేగాల నిష్పత్తి} = 6^\circ : \frac{1}{2} = 12 : 1$$

రైల్వే సమయాలు

★ రైల్వే, విమానయాన శాఖలు 24 గంటల గడియారాన్ని అమలుపరుస్తాయి. వాళ్ల టైమ్ టేబుల్స్ లో టైమింగ్ 0 గంటలు నుంచి 23 గంటలు. (0 గంటలు అంటే అర్ధరాత్రి 12 గంటలు అని అర్థం.)

★ రైల్వే టైమ్ ను మన వాడుక కాలమానంలోకి మార్చుకోవాలంటే (మధ్యాహ్నం 12 గంటల తర్వాత) ఆయా సమయాల నుంచి 12ను తీసివేయాలి.

ఉదా: 16.40 అంటే (16.40 - 12.00) 4.40 (మధ్యాహ్నం తర్వాత అని అర్థం). 0.30 అంటే అర్ధరాత్రి 12.30 అని అర్థం.

మాదిరి ప్రశ్నలు

1. ఒక గడియారంలో 8 నిమిషాల వ్యవధిలో రెండు ముల్లల మధ్య వ్యత్యాసం ఎంత?

జ: 1 నిమిష కాలంలో గంటల, నిమిషాల ముల్లల మధ్య వ్యత్యాసం = $5 \frac{1}{2}$

కాబట్టి 8 నిమిషాల వ్యవధిలో రెండు ముల్లల మధ్య వ్యత్యాసం = $8 \times 5 \frac{1}{2} = 8 \times \frac{11}{2} = 44^\circ$

2. రెండు ముల్లులు ఏకీభవించడానికి పట్టే గరిష్ట కాలం ఎంత?

జ: ఒకసారి ఏకీభవించిన ముల్లులు, మళ్ళీ ఏకీభవించాలంటే నిమిషాల ముల్లు, గంటల ముల్లు కంటే 60 నిమిష భాగాలు అధికంగా తిరుగుతుంది.

$$1 \text{ నిమిష భాగం తిరగడానికి పట్టేకాలం} = \frac{12}{11}$$

$$\therefore 60 \text{ నిమిష భాగాలు తిరగడానికి పట్టే కాలం} = 60 \times \frac{12}{11} = 65 \frac{5}{11} \text{ నిమిషాలు}$$

$$\therefore \text{రెండు ముల్లులు ఏకీభవించడానికి పట్టే గరిష్ట కాలం} = 65 \frac{5}{11} \text{ నిమిషాలు}$$

3. 4, 5 గంటల మధ్య ఏ సమయంలో నిమిషాల ముల్లు, గంటల ముల్లు ఏకీభవిస్తాయి?

జ: 4, 5 గంటల మధ్య నిమిషాల ముల్లు, గంటల ముల్లు ఏకీభవించాలంటే నిమిషాల ముల్లు, గంటల ముల్లు కంటే $4 \times 5 = 20$ నిమిష భాగాలు ఎక్కువ తిరగాలి.

$$1 \text{ నిమిష భాగం తిరగడానికి పట్టే కాలం} = \frac{12}{11}$$

$$\therefore 20 \text{ నిమిష భాగాలు తిరగడానికి పట్టే కాలం} = 20 \times \frac{12}{11} = \frac{240}{11} = 21 \frac{9}{11} \text{ నిమిషాలు.}$$

అంటే 4 గంటల 21 $\frac{9}{11}$ నిమిషాలకు రెండు ముల్లులూ ఏకీభవిస్తాయి.

సూత్రం: $x, x + 1$ గంటల మధ్య రెండు ముల్లులూ ఏకీభవించే సమయం x గంటల $5x \times \frac{12}{11}$ ని.

రెండు ముల్లుల మధ్య లంబకోణం

4. 4, 5 గంటల మధ్య ఏయే సమయాల్లో 2 ముల్లుల మధ్య లంబకోణాలు ఏర్పడతాయి?

జ: 4 గంటల సమయంలో నిమిషాల ముల్లు, గంటల ముల్లు కంటే 20 నిమిషాలు వెనుకబడి ఉంటుంది.

రెండు ముల్లులు లంబంగా ఉండాలంటే వాటి మధ్య 15 నిమిష భాగాలు ఇమిడి ఉండాలి. అయితే 4, 5 గంటల మధ్య కింది సందర్భాల్లో అవి లంబంగా ఉంటాయి.

సందర్భం-1: పెద్దముల్లు, చిన్నముల్లు కంటే 15 నిమిషాలు వెనుకకు ఉండే సందర్భం అంటే పెద్దముల్లు (20 - 15) 5 నిమిష భాగాలు ఎక్కువగా తిరిగితే అవి లంబంగా ఉంటాయి.

నిమిషాల ముల్లు 55 నిమిష భాగాలు అధికంగా తిరగడానికి పట్టే కాలం = 60 నిమిషాలు

1 నిమిష భాగం అధికంగా తిరగడానికి పట్టే కాలం = $\frac{60}{55}$

\therefore 5 నిమిష భాగాలు అధికంగా తిరగడానికి పట్టే కాలం = $\frac{60}{55} \times 5 = \frac{60}{11} = 5 \frac{5}{11}$ నిమిషాలు

\therefore 4 గంటల $5 \frac{5}{11}$ నిమిషాలకు అవి లంబంగా ఉంటాయి.

సందర్భం-2: పెద్దముల్లు, చిన్నముల్లు కంటే 15 నిమిషాలు ముందు ఉండే సందర్భం.

అంటే పెద్దముల్లు (20 + 15) 35 నిమిష భాగాలు ఎక్కువగా తిరిగితే అవి లంబంగా ఉంటాయి.

అంటే నిమిషాల ముల్లు 35 నిమిష భాగాలు అధికంగా తిరగడానికి పట్టే కాలం = $\frac{60}{55} \times 35 = 38 \frac{2}{11}$ నిమిషాలు

\therefore 4 గంటల $38 \frac{2}{11}$ నిమిషాలకు అవి లంబంగా ఉంటాయి.

సంక్షిప్త పద్ధతి: $x, (x + 1)$ గంటల మధ్య రెండు ముల్లుల మధ్య లంబకోణం ఏర్పడే సందర్భాలు:

i) x గంటల $(5x - 15) \frac{12}{11}$ నిమిషాలు.

ii) x గంటల $(5x + 15) \frac{12}{11}$ నిమిషాలు.

పై సూత్రం నుంచి $x = 4$ కాబట్టి

$(5x - 15) \frac{12}{11} = [5(4) - 15] \times \frac{12}{11}$

$= 5 \times \frac{12}{11} = \frac{60}{11} = 5 \frac{5}{11}$ ని.

$(5x + 15) \frac{12}{11} = [5(4) + 15] \times \frac{12}{11}$

$= 35 \times \frac{12}{11} = \frac{420}{11} = 38 \frac{2}{11}$ ని.

∴ 4 గంటల $5\frac{5}{11}$ ని.లకు, 4 గంటల $38\frac{2}{11}$ ని.లకు రెండు ముల్లల మధ్య లంబకోణం ఏర్పడుతుంది.

రెండు ముల్లల మధ్య సరళకోణం

5. 7, 8 గంటల మధ్య రెండు ముల్లల మధ్య ఏ సమయంలో సరళకోణం ఏర్పడుతుంది?

జ: 7 గంటల సమయంలో నిమిషాల ముల్లు, గంటల ముల్లుల మధ్య వ్యవధి 25 నిమిషాలు.

అవి ఒకే సరళరేఖపై ఉండడానికి (ఏకీభవించకుండా) వాటి మధ్య వ్యవధి 30 నిమిషాలు ఉండాలి.

అంటే, నిమిషాల ముల్లు $30 - 25 = 5$ నిమిషాలు ముందుగా వెళ్లాలి.

నిమిషాల ముల్లు 55 నిమిష భాగాలు అధికంగా తిరగడానికి పట్టే కాలం = 60 నిమిషాలు

5 నిమిష భాగాలు తిరగడానికి పట్టే కాలం = $\frac{60}{55} \times 5 = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$ నిమిషాలు.

∴ 7, 8 గంటల మధ్య, 7 గంటల $5\frac{5}{11}$ నిమిషాలకు రెండు ముల్లల మధ్య సరళకోణం ఏర్పడుతుంది

సంక్షిప్త పద్ధతి: x, (x + 1) గంటల మధ్య రెండు ముల్లల మధ్య సరళకోణం ఏర్పడే సందర్భాలు:

i) $x < 6$ అయితే x గంటల $(5x + 30)\frac{12}{11}$ నిమిషాలకు

ii) $x > 6$ అయితే x గంటల $(5x - 30)\frac{12}{11}$ నిమిషాలకు

6. 3, 4 గంటల మధ్య రెండు ముల్లల మధ్య ఏ సమయంలో సరళ కోణం ఏర్పడుతుంది?

జ: $x < 6$ అయితే, x గంటల $(5x + 30)\frac{12}{11}$ ని.లకు

పై సూత్రం ఆధారంగా ఇక్కడ $x = 3, x < 6$

$$\begin{aligned} \text{కాబట్టి } (5x + 30)\frac{12}{11} &= [5(3) + 30]\frac{12}{11} \\ &= 45 \times \frac{12}{11} = \frac{540}{11} = 49\frac{1}{11} \text{ నిమిషాలు.} \end{aligned}$$

∴ 3 గంటల $49\frac{1}{11}$ నిమిషాల తర్వాత సరళ కోణం ఏర్పడుతుంది.

రెండు ముల్లల మధ్య కోణం

7. 5 గంటల 20 నిమిషాలకు రెండు ముల్లల మధ్య కోణం ఎంత?

సాధన: గడియారంలో గంటల ముల్లు 1 గంటలో తిరిగే కోణం = 30°

5 గంటల 20 నిమిషాలకు, అంటే 5 : 20 గంటలు

$$= 5 \frac{20}{60} \text{ గంటలు} = 5 \frac{1}{3} \text{ గంటలు}$$

$$= \frac{16}{3} \text{ గంటలు}$$

∴ $\frac{16}{3}$ గంటల్లో చిన్న ముల్లు తిరిగే కోణం

$$= \frac{16}{3} \times 30 = 160^\circ$$

పెద్ద ముల్లు (నిమిషాల ముల్లు) 1 నిమిషంలో తిరిగే కోణం = 6°

∴ 20 నిమిషాల్లో పెద్ద ముల్లు తిరిగే కోణం

$$= 20 \times 6^\circ = 120^\circ$$

∴ 5 గంటల 20 నిమిషాలకు రెండు ముల్లల మధ్య కోణం = $160^\circ - 120^\circ = 40^\circ$

సంక్షిప్త పద్ధతి: ఒక నిర్దిష్ట సమయంలో గడియారంలో రెండు ముల్లల మధ్య కోణం 'θ' అయితే,

$$\theta = \left| 30H - \frac{11}{2}m \right|, \quad \begin{array}{l} H \text{ — గంటలు} \\ m \text{ — నిమిషాలు} \end{array}$$

పై సూత్రం నుంచి, $H = 5, m = 20$

$$\theta = \left| 30(5) - \frac{11}{2}(20) \right| = \left| 150 - 110 \right| = 40^\circ$$

అద్దంలో ప్రతిబింబం సూచించే సమయం

8. ఒక గడియారం 4 : 30 గంటల సమయాన్ని సూచిస్తే, అద్దంలో ఆ గడియారం సూచించే సమయం ఎంత?

సాధన: సూత్రం: అద్దంలో ప్రతిబింబం సూచించే సమయం = 12 - ఇచ్చిన సమయం

పై సూత్రం నుంచి, 4 : 30 గంటలకు అద్దంలో గడియారం సూచించే సమయం

$$= 12 - 4 : 30 = 7 : 30 \text{ గంటలు}$$

9. గడియారంలో రెండు ముల్లల మధ్య కోణం 35° ఉంది. అద్దంలో కనిపించే దాని ప్రతిబింబంలో రెండు ముల్లల మధ్య కోణం ఎంత?

సాధన: ప్రతిబింబంలో ముల్లల మధ్య కోణం మారదు. కాబట్టి ప్రతిబింబంలో రెండు ముల్లల మధ్య కోణం = 35°

తప్పుగా సూచిస్తే సరైన సమయం కనుక్కోవడం

10. ఒక గడియారం ఒక గంట సమయంలో 5 నిమిషాలు ఎక్కువగా సూచిస్తుంది. ఆ గడియారాన్ని ఉదయం 8 గంటలకు సరిచేస్తే అదే రోజు రాత్రి 8 గంటలకు ఆ గడియారం సూచించే సమయం ఎంత?

సాధన: కచ్చితమైన గడియారం ఉదయం 8 గంటల నుంచి రాత్రి 8 గంటల వరకు, మొత్తం 12 గంటలు పూర్తి చేస్తుంది.

కానీ, ఈ గడియారం గంటకు 5 నిమిషాలు ఎక్కువగా సూచిస్తుంది.

కాబట్టి 12 గంటల్లో, $12 \times 5 = 60$ నిమిషాలు ఎక్కువగా సూచిస్తుంది.

∴ అదే రోజు రాత్రి ఈ గడియారం 9 గంటలను సూచిస్తుంది.

11. ఒక గడియారం ఒక గంటలో 5 నిమిషాలు తక్కువగా సూచిస్తుంది. ఆ గడియారాన్ని ఒక రోజు ఉదయం 7 గంటలకు సరిచేస్తే, అదే రోజు మధ్యాహ్నం 2 గంటలకు సూచించే సమయం?

సాధన: కచ్చితమైన సమయాన్ని సూచించే గడియారం.

ఉదయం 7 గంటల నుంచి మధ్యాహ్నం 2 గంటల వరకు, మొత్తం 7 గంటలు పూర్తి చేస్తుంది.

7 గంటల్లో ఈ గడియారం, తక్కువగా సూచించే మొత్తం సమయం $7 \times 5 = 35$ నిమిషాలు

\therefore మధ్యాహ్నం 2 గంటలకు ఈ గడియారం సూచించే సమయం 1 : 25 pm

12. ఒక గడియారం ఒక గంటకు 5 నిమిషాలు తక్కువగా సూచిస్తుంది. ఆ గడియారాన్ని సోమవారం ఉదయం 6 గంటలకు సరిచేస్తే, అది మళ్ళీ కచ్చితమైన సమయాన్ని ఎప్పుడు సూచిస్తుంది?

సాధన: గంటకు 5 నిమిషాలు తక్కువగా సూచించే గడియారం, కచ్చితమైన సమయాన్ని సూచించాలంటే 12 గంటలు తక్కువగా సూచించాలి.

దత్తాంశం ప్రకారం ఒక గంటలో 5 నిమిషాలు తక్కువగా సూచిస్తుంది.

12 నిమిషాల్లో 1 నిమిషం తక్కువగా సూచిస్తుంది.

$$\begin{aligned}\therefore 12 \text{ గంటలు తక్కువగా సూచించాలంటే } 12 \times 60 &= 720 \text{ నిమిషాలు} \\ &= 720 \times 12 = 8640 \text{ నిమిషాలు} \\ &= 144 \text{ గంటలు} \\ &= 6 \text{ రోజులు}\end{aligned}$$

అంటే సోమవారం ఉదయం 6 గంటలకు సరిచేసిన గడియారం, మళ్ళీ 6 రోజుల తర్వాత ఆదివారం ఉదయం 6 గంటలకు సరైన సమయాన్ని సూచిస్తుంది.

రచయిత: జి.వి.ఎస్.రావు